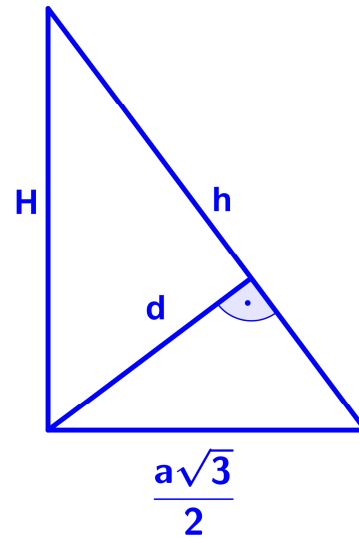
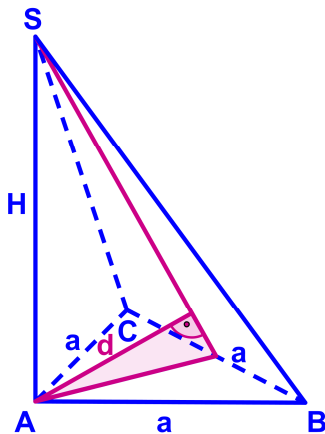


Zadanie 10. (4pkt) W ostrosłupie  $ABCS$  podstawa  $ABC$  jest trójkątem równobocznym o boku długości  $a$ . Krawędź  $AS$  jest prostopadła do płaszczyzny podstawy. Odległość wierzchołka  $A$  od ściany  $BCS$  jest równa  $d$ . Wyznacz objętość tego ostrosłupa.



Z równości pól trójkąta

$$\frac{1}{2} hd = \frac{1}{2} H \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$hd = H \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$h = \frac{Ha\sqrt{3}}{2d}$$

Z tw. Pitagorasa

$$H^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \left(\frac{Ha\sqrt{3}}{2d}\right)^2$$

$$H^2 + \frac{3a^2}{4} = \frac{3H^2a^2}{4d^2} \quad | \cdot 4d^2$$

$$4d^2H^2 + 3a^2d^2 = 3H^2a^2$$

$$3H^2a^2 - 4d^2H^2 = 3a^2d^2$$

$$H^2(3a^2 - 4d^2) = 3a^2d^2$$

$$H = \sqrt{\frac{3a^2d^2}{3a^2 - 4d^2}}$$

$$H = \frac{ad\sqrt{3}}{\sqrt{3a^2 - 4d^2}}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{ad\sqrt{3}}{\sqrt{3a^2 - 4d^2}} = \frac{3a^3d}{12\sqrt{3a^2 - 4d^2}} = \frac{a^3d}{4\sqrt{3a^2 - 4d^2}}$$