

UZUPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD

--	--	--

PESEL

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

*Miejsce
na naklejkę
z kodem*

dysleksja

**EGZAMIN MATURALNY
Z MATEMATYKI**

POZIOM ROZSZERZONY

2 CZERWCA 2015

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 19 stron (zadania 1–11). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie będziesz mógł dostać pełnej liczby punktów.
4. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
8. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
9. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

**Godzina rozpoczęcia:
14:00**

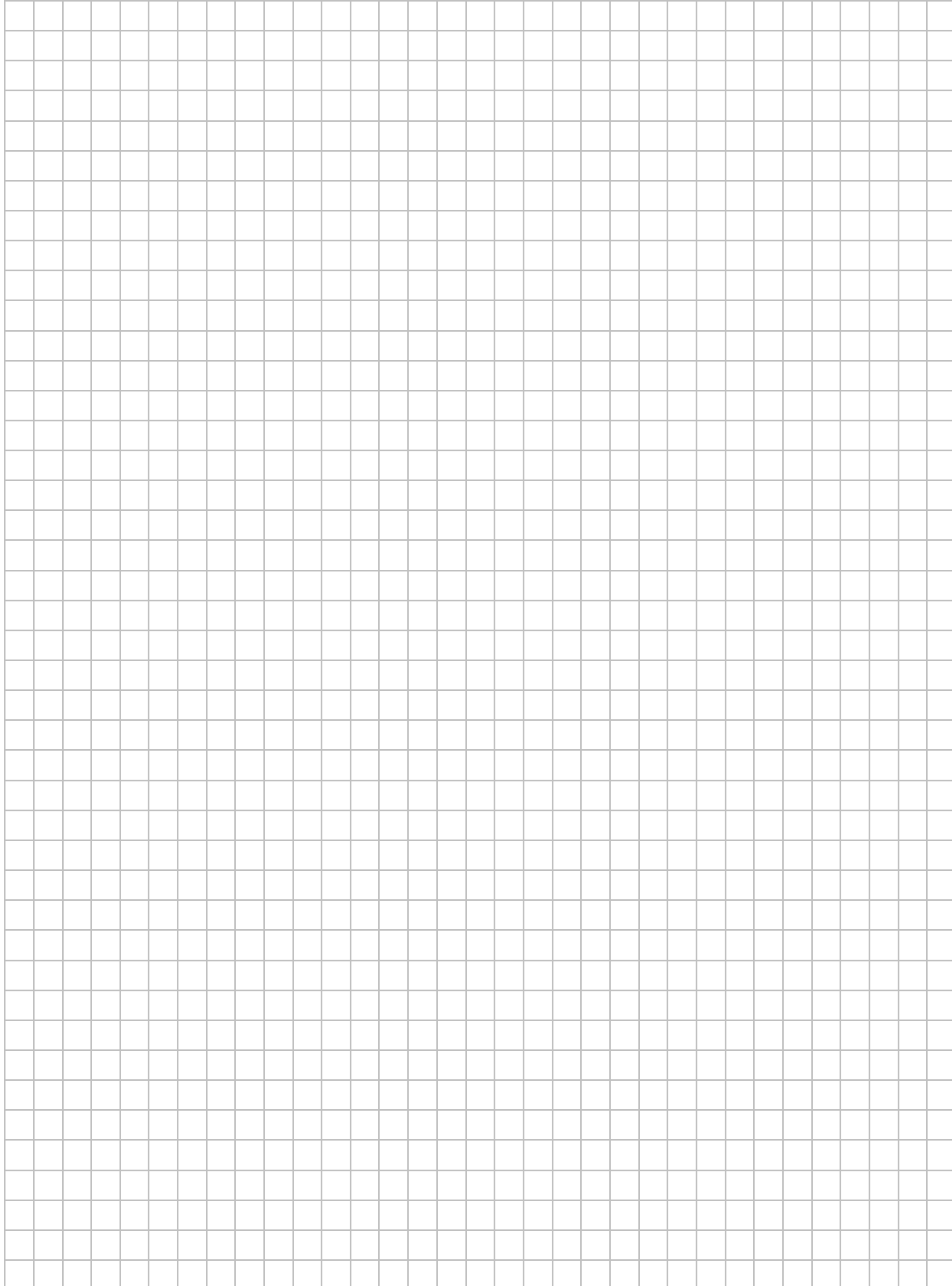
**Czas pracy:
180 minut**

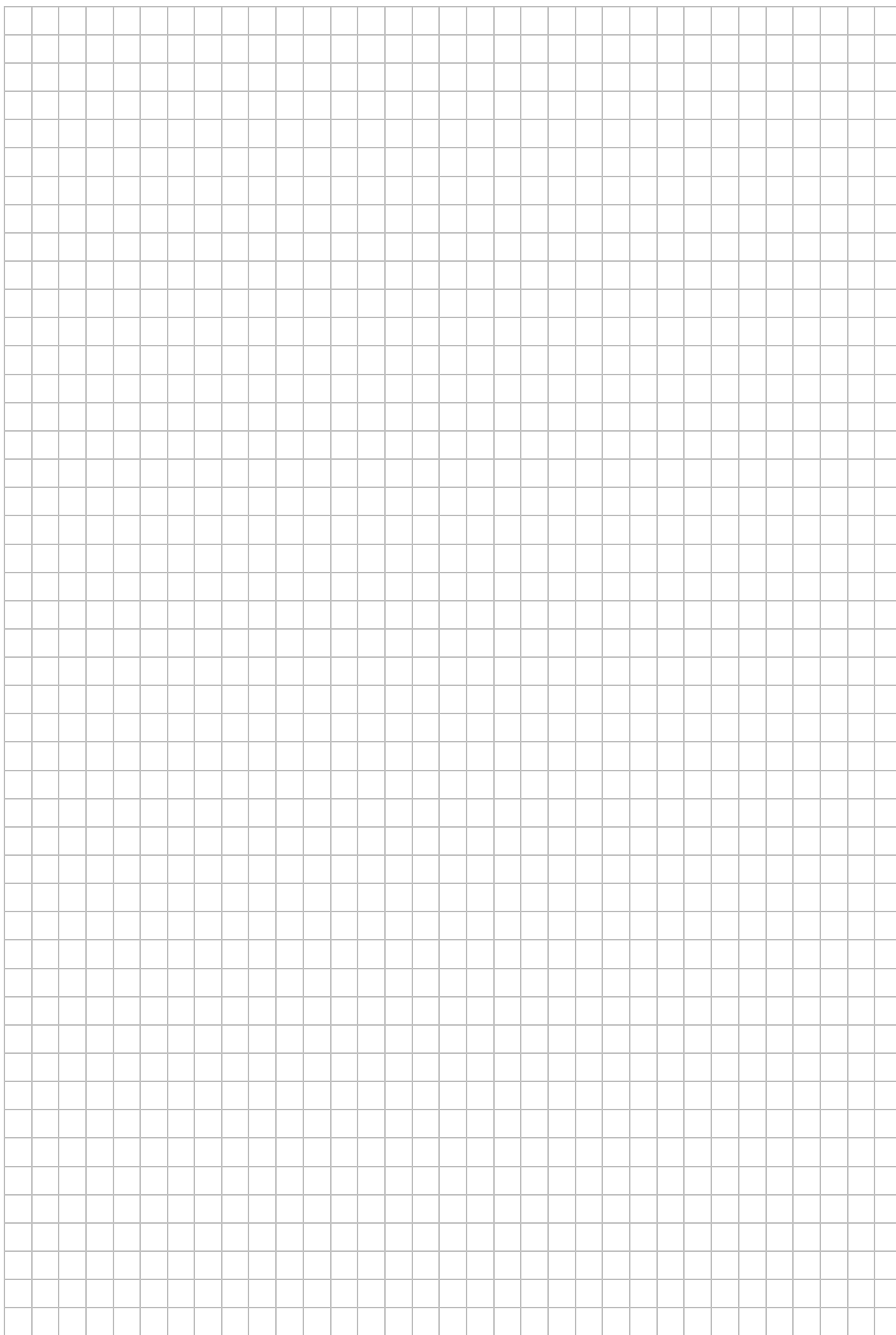
**Liczba punktów
do uzyskania: 50**



Zadanie 1. (6 pkt)

Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których równanie $x^2 + 2(m-1)x + m^2 + m - 1 = 0$ ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste x_1, x_2 takie, że $(x_1 + x_2)(x_1^2 + x_2^2) < x_1^3 + x_2^3$.



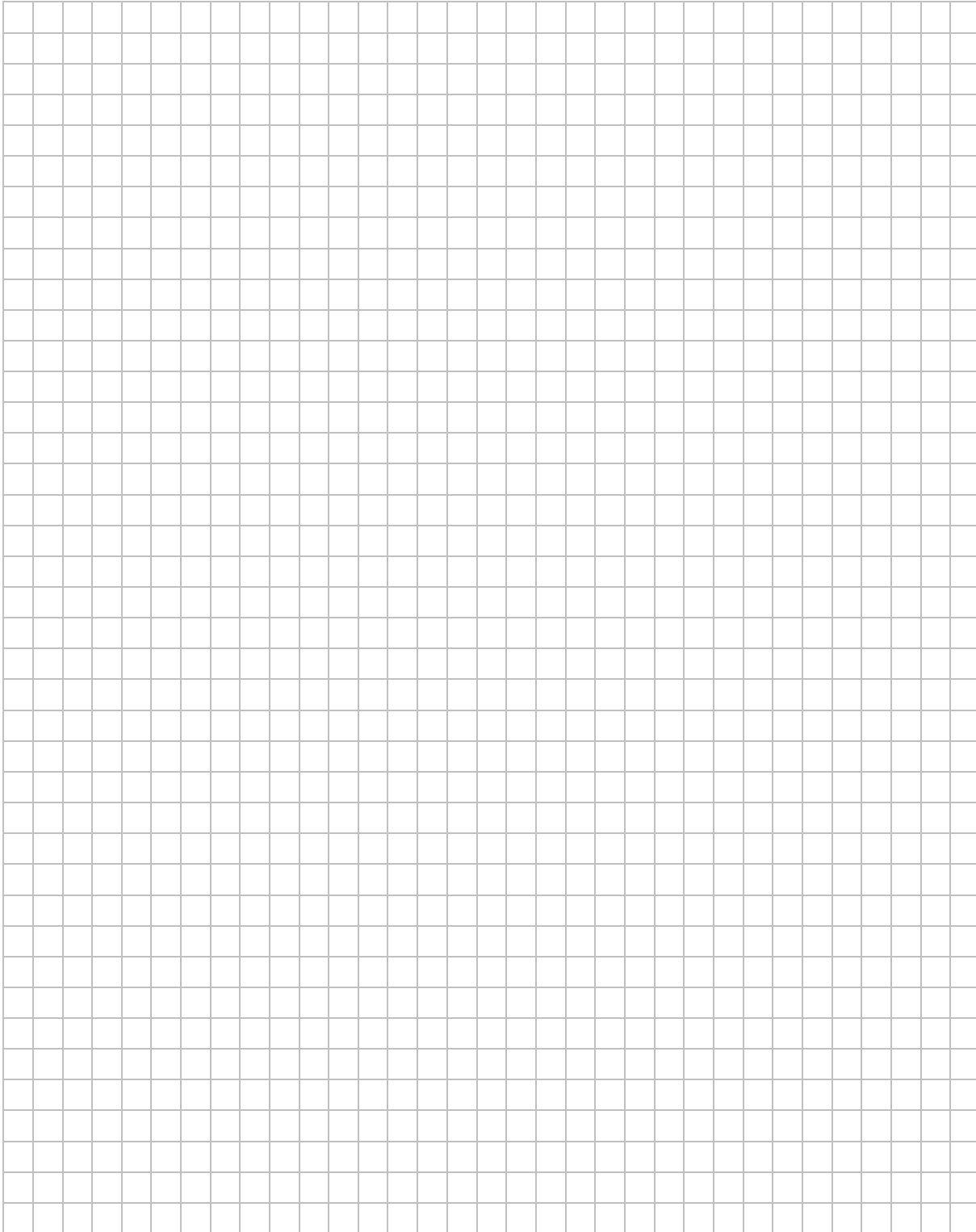


Odpowiedź:

Zadanie 2. (4 pkt)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \frac{x-2}{x}$ dla wszystkich liczb rzeczywistych x takich,

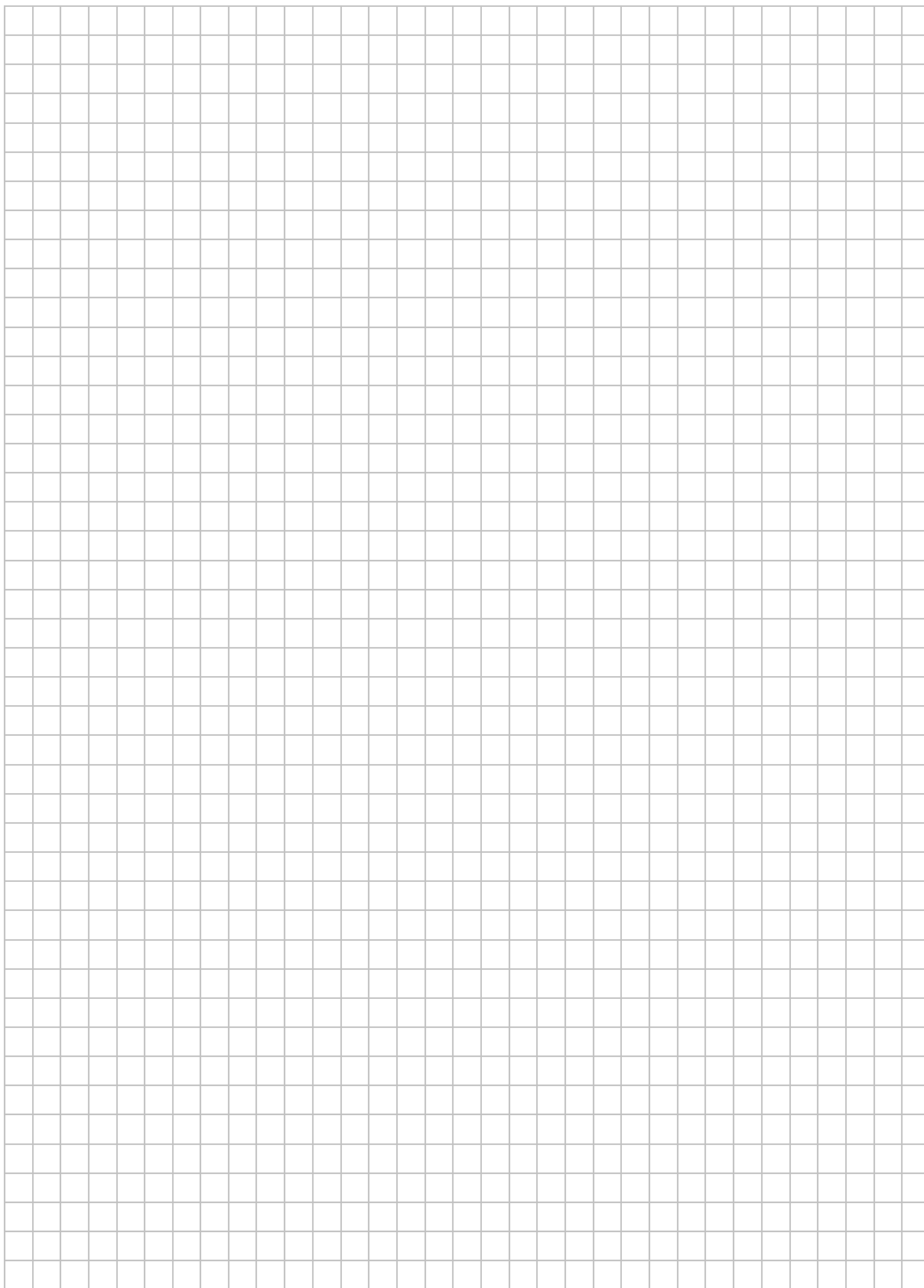
że $x \neq 0$. Rozwiąż nierówność $\left| f\left(\frac{1}{x+1}\right) - 3 \right| \leq 4$.



Odpowiedź:

Zadanie 3. (4 pkt)

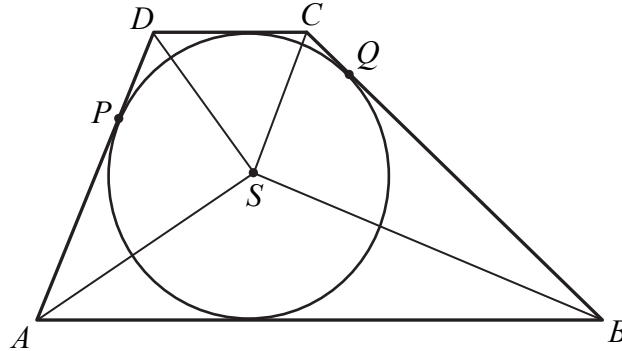
Rozwiąż równanie $\sin 2x + \sqrt{3} \sin x = 0$ w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$.



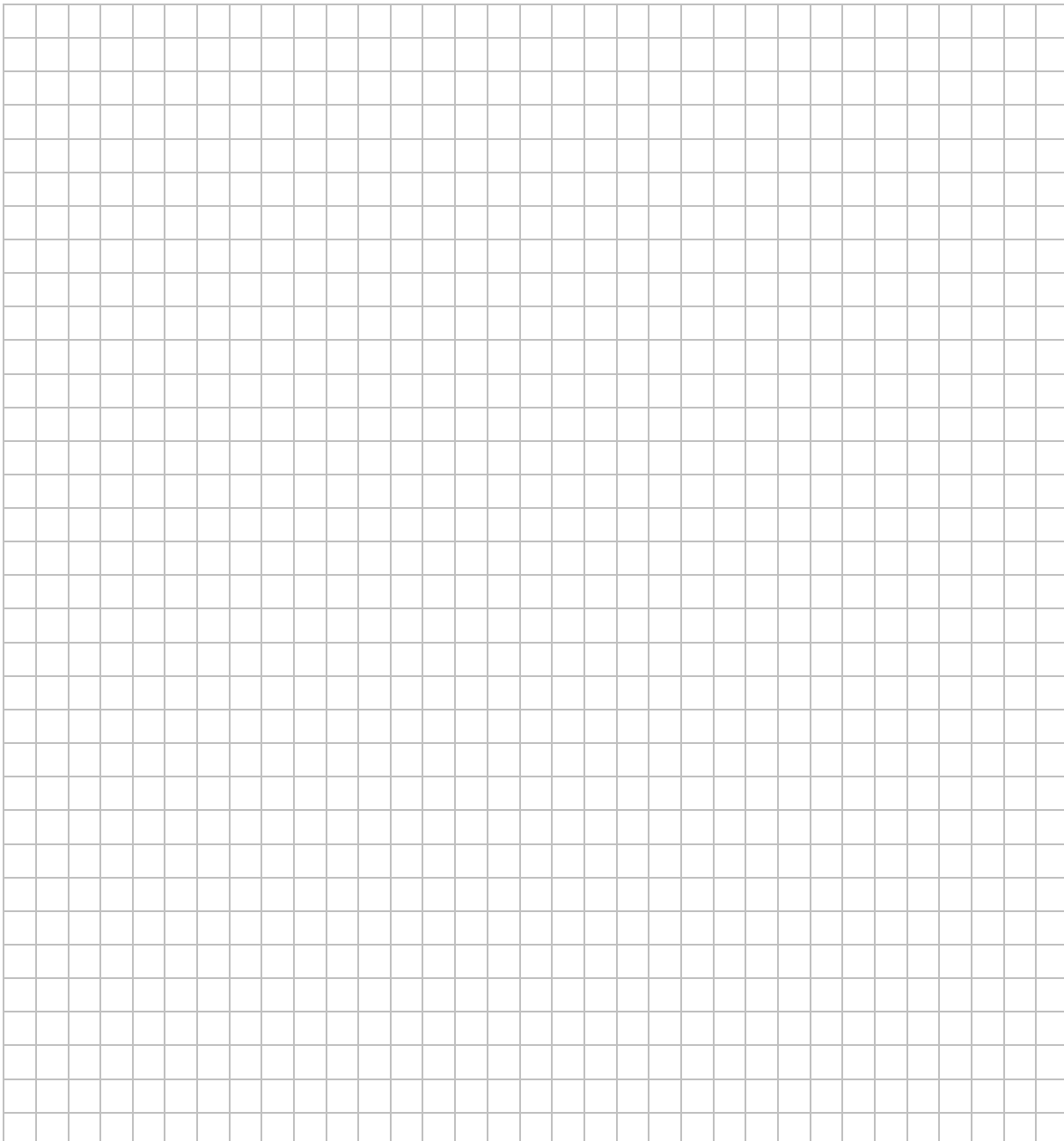
Odpowiedź:

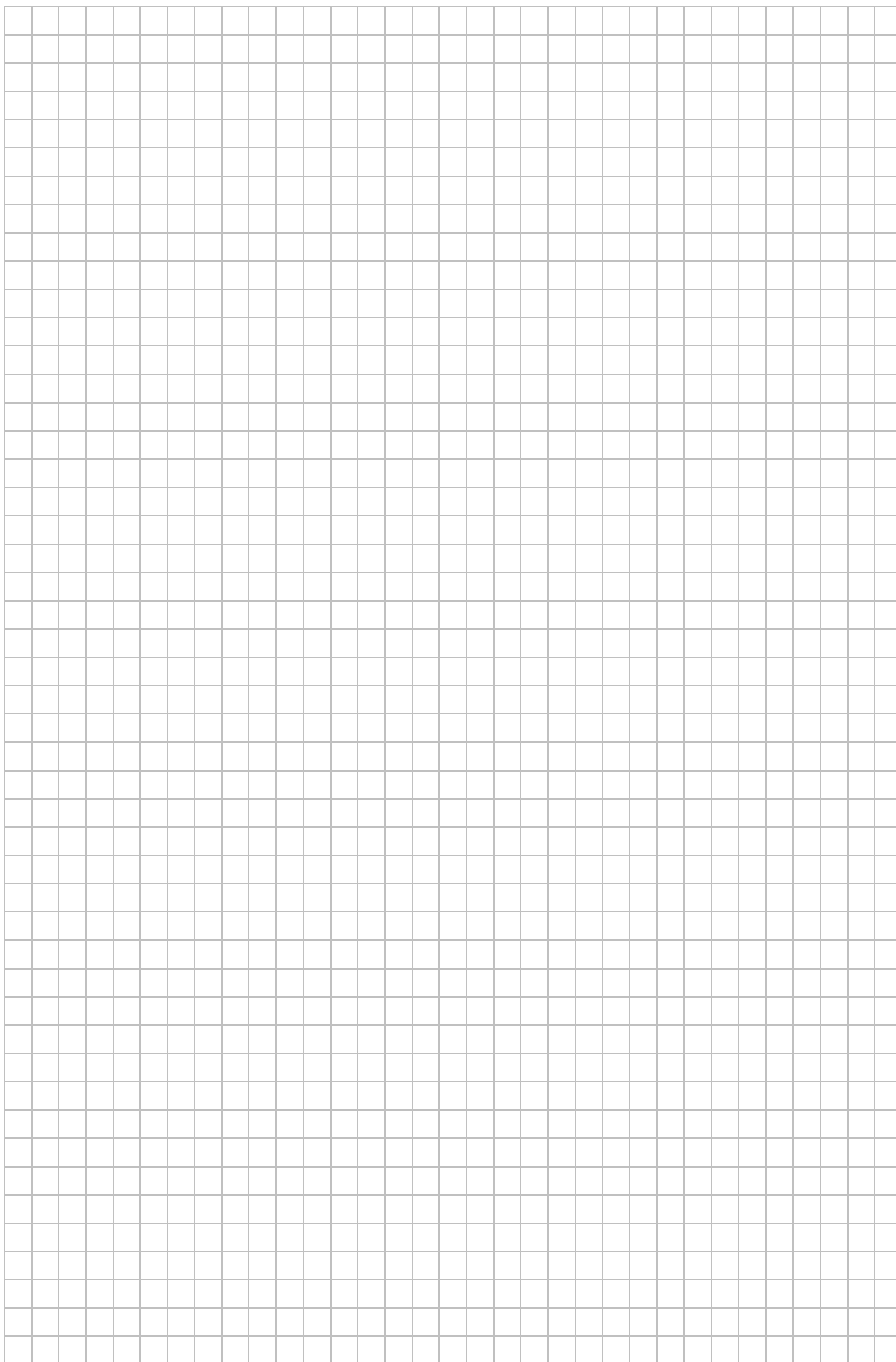
Zadanie 4. (3 pkt)

W trapez $ABCD$ wpisano okrąg o środku S . Okrąg ten jest styczny do ramion AD i BC tego trapezu w punktach odpowiednio P i Q (zobacz rysunek).



Uzasadnij, że trójkąt ASD jest prostokątny. Wykaż, że $|AP| \cdot |DP| = |BQ| \cdot |CQ|$.

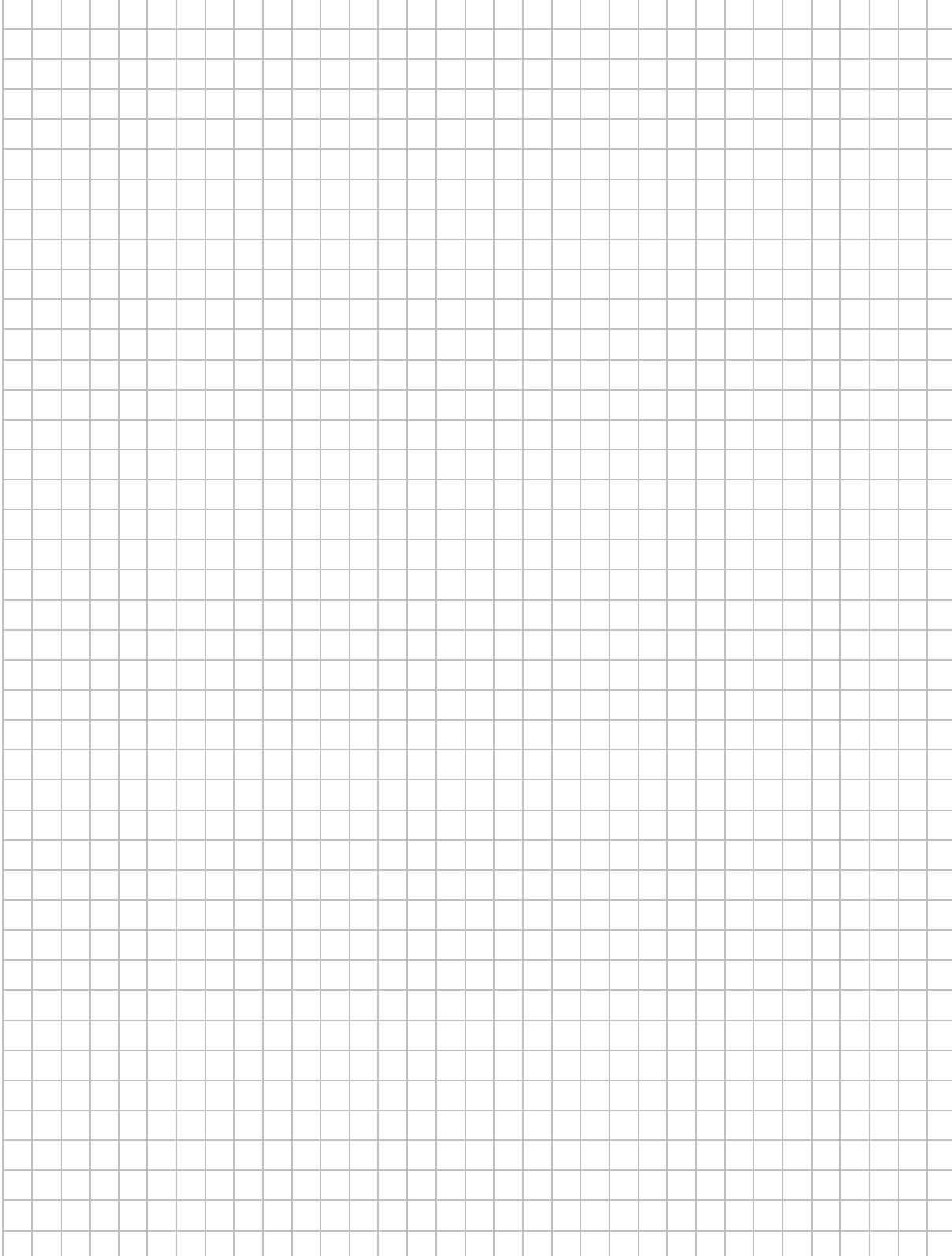




Zadanie 5. (3 pkt)

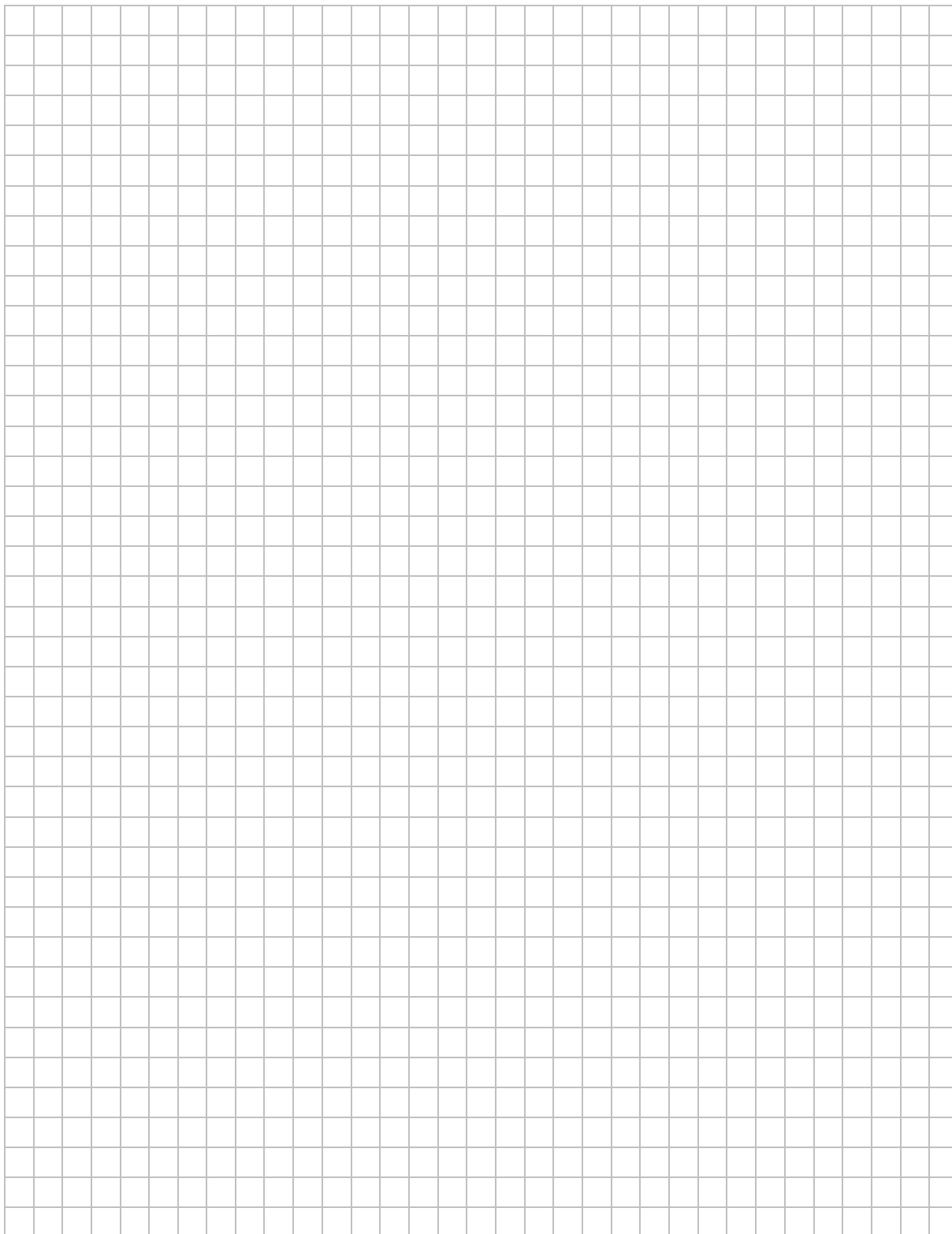
Wykaż, że dla każdej dodatniej i różnej od jedności liczby a i dla każdej dodatniej i różnej od jedności liczby b spełniona jest równość

$$\frac{1}{\log_a b} + \frac{1}{\log_{a^2} b} + \frac{1}{\log_{a^3} b} + \dots + \frac{1}{\log_{a^9} b} + \frac{1}{\log_{a^{10}} b} = \frac{55}{\log_a b}.$$



Zadanie 6. (5 pkt)

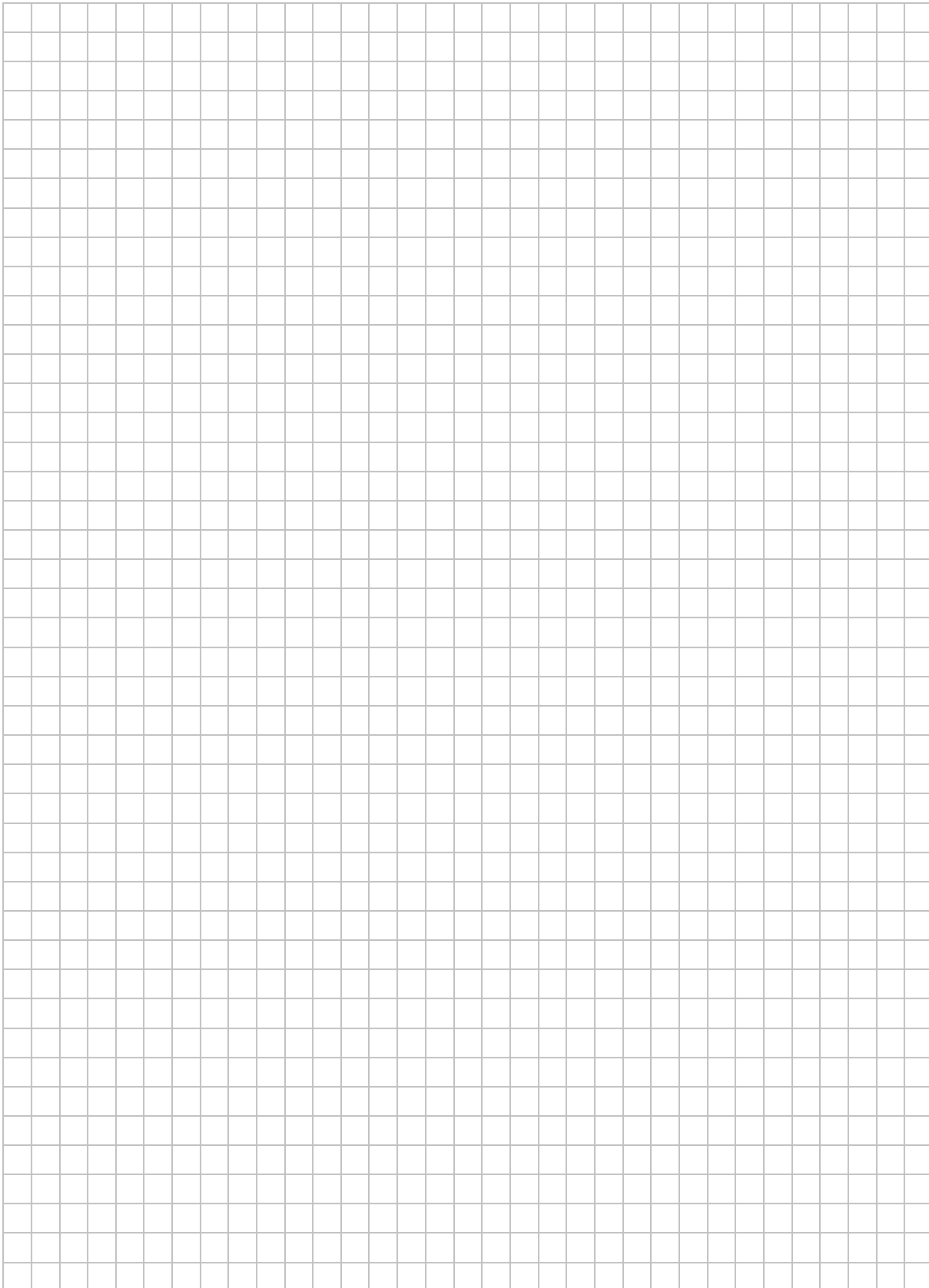
Prosta l , na której leży punkt $A = (2, 5)$, przecina parabolę o równaniu $y = x^2$ w dwóch różnych punktach $B = (x_1, y_1)$ i $C = (x_2, y_2)$. Oblicz wartość współczynnika kierunkowego prostej l , przy której suma $y_1 + y_2$ osiągnie wartość najmniejszą.

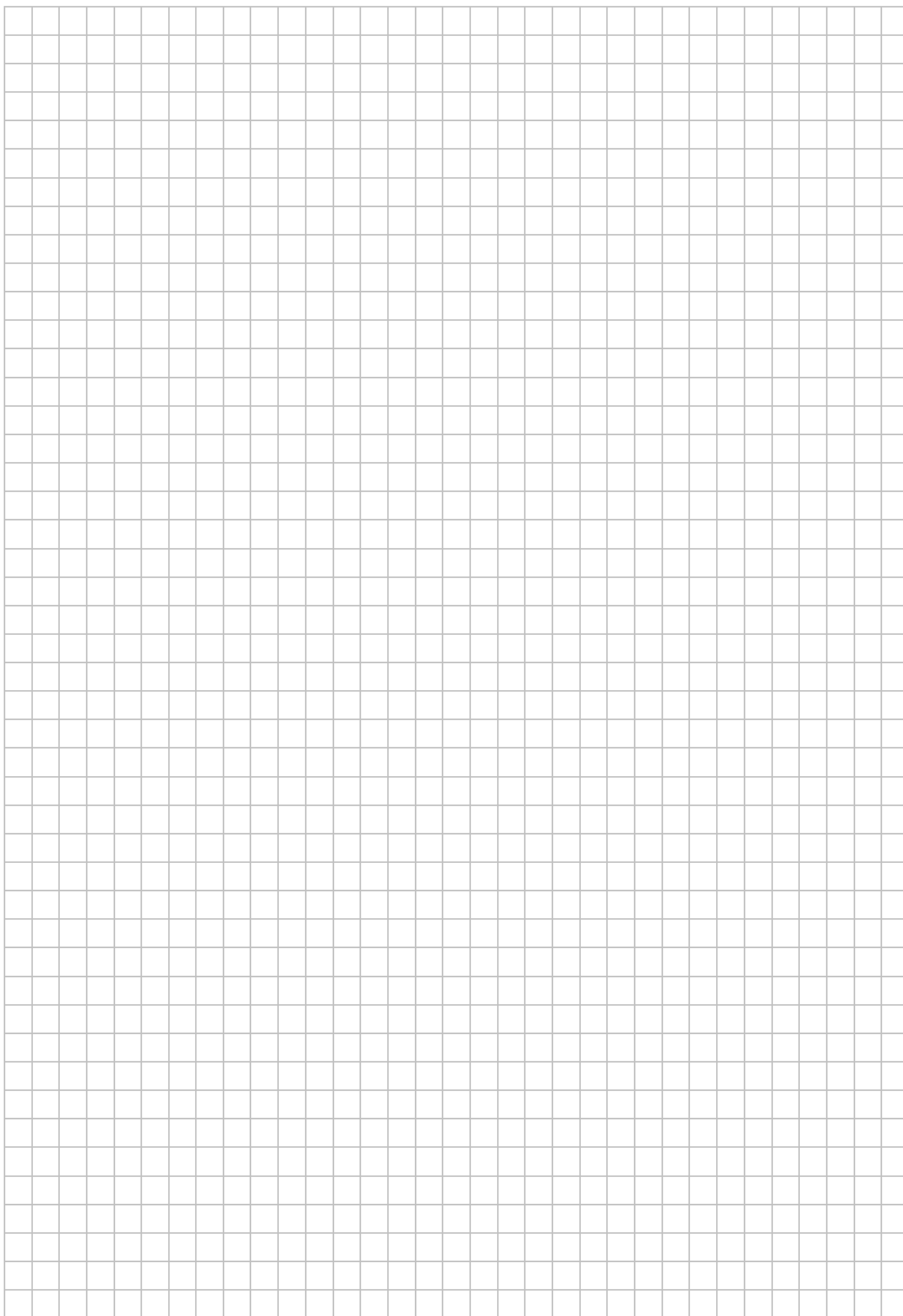


Odpowiedź:

Zadanie 7. (6 pkt)

Trzy liczby, których suma jest równa 105, są kolejnymi wyrazami rosnącego ciągu geometrycznego. Pierwsza z tych liczb jest jednocześnie pierwszym, druga szóstym, a trzecia dwudziestym szóstym wyrazem pewnego ciągu arytmetycznego. Oblicz te liczby.

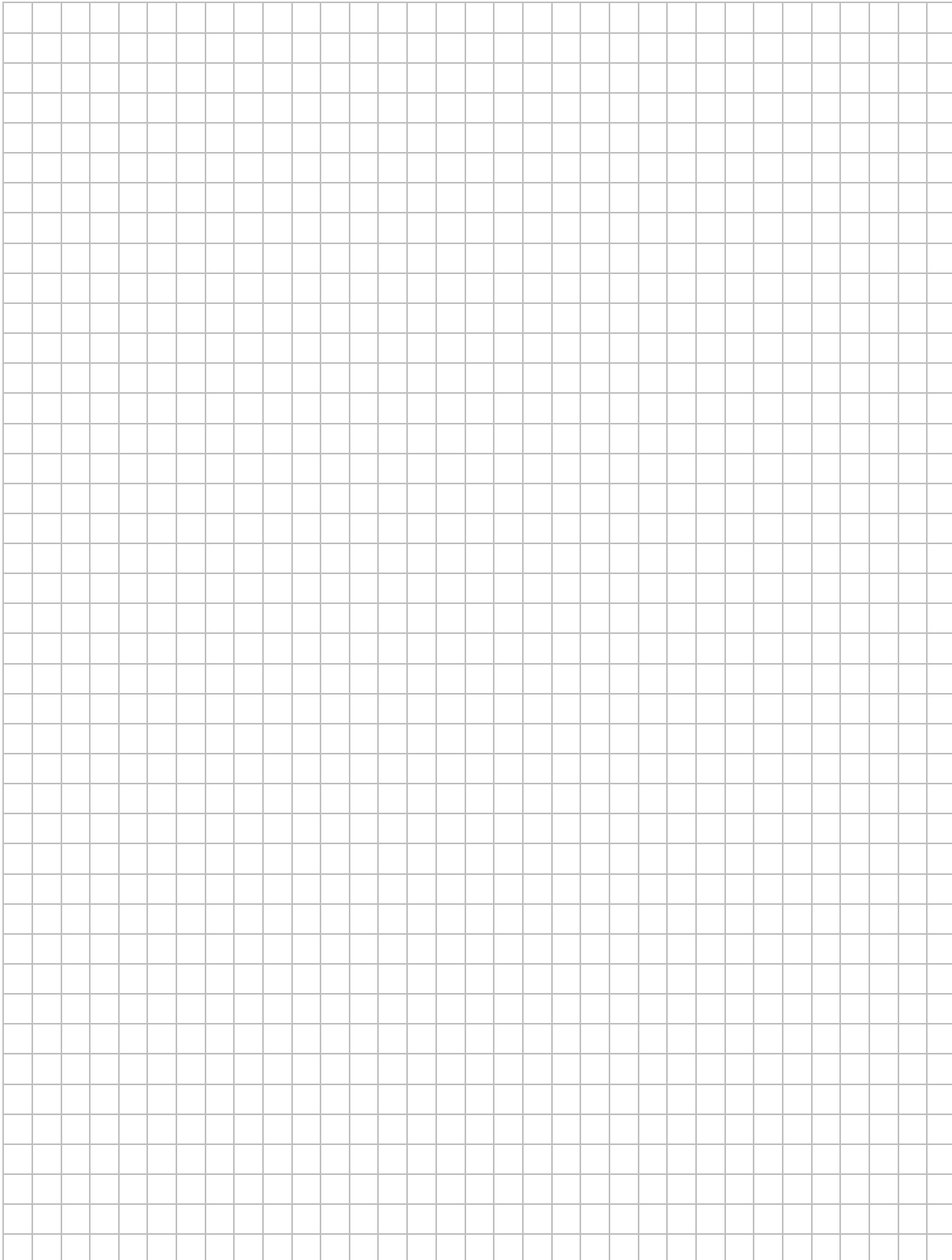


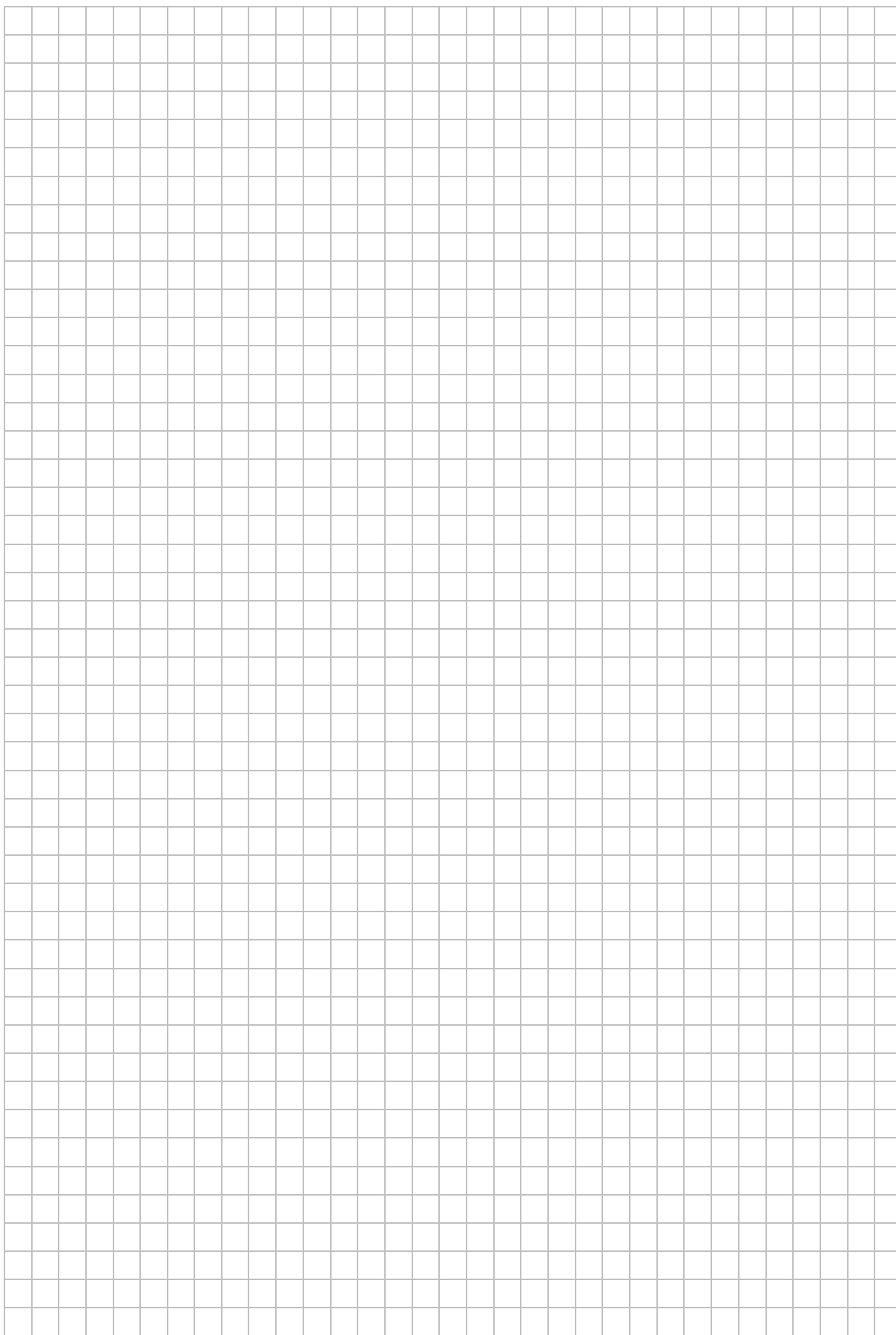


Odpowiedź:

Zadanie 8. (6 pkt)

Punkt $M = (5, 6)$ jest środkiem ramienia BC trójkąta równoramiennego ABC , w którym $|AC| = |BC|$. Podstawa AB tego trójkąta jest zawarta w prostej o równaniu $y = \frac{1}{3}x + 1$ oraz $A = (-3, 0)$. Oblicz współrzędne wierzchołka B tego trójkąta.

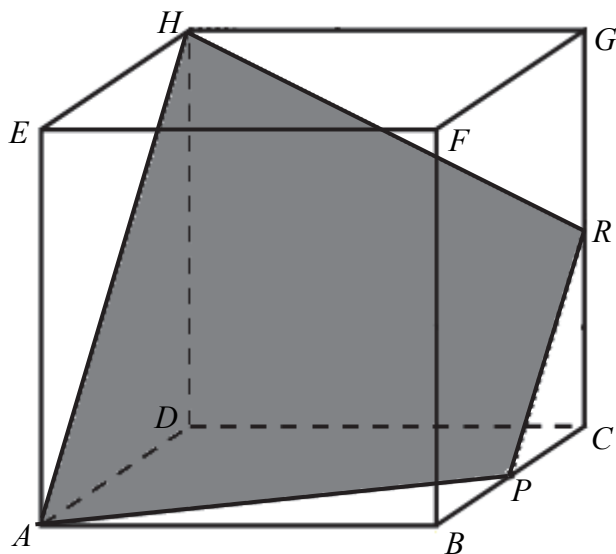


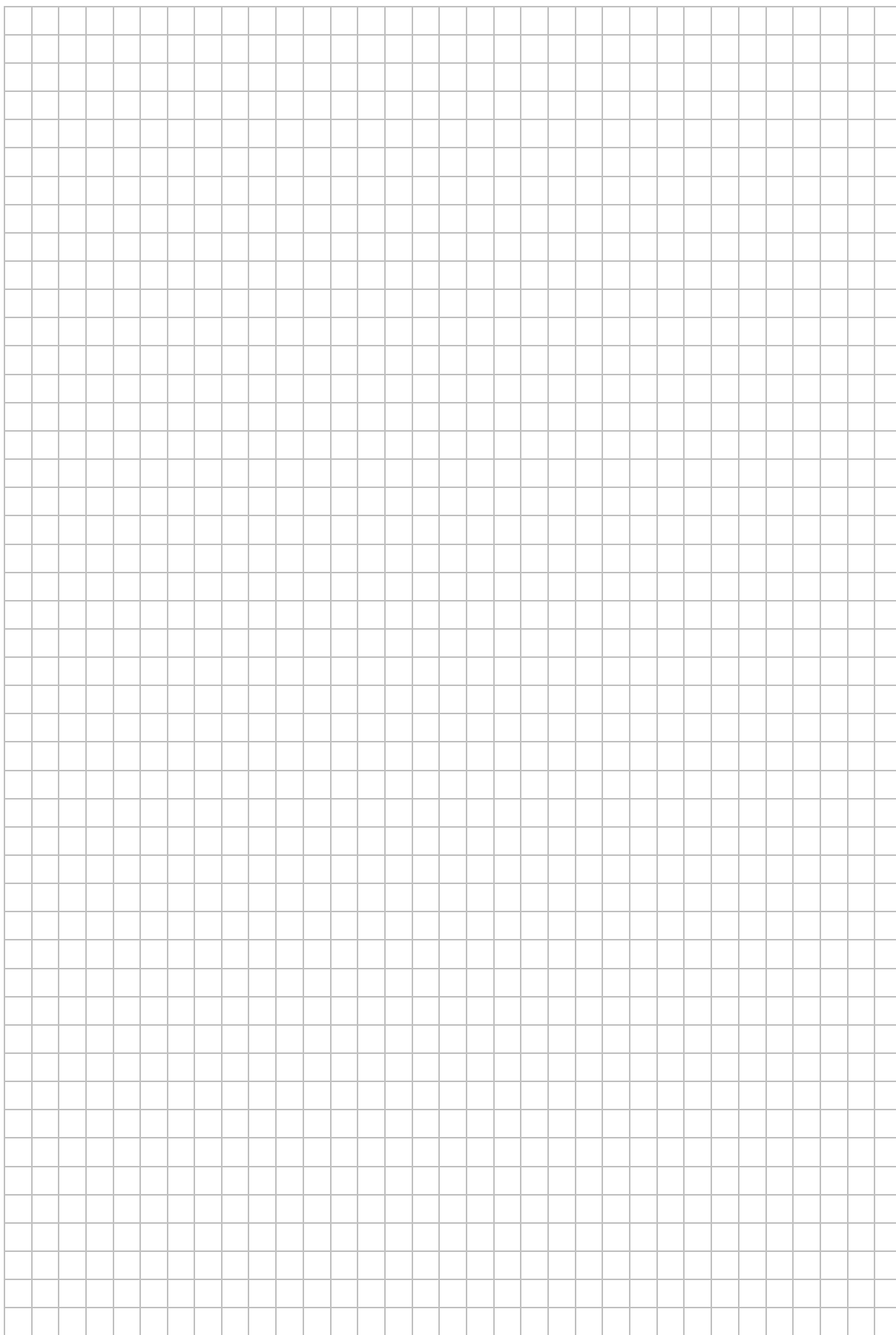


Odpowiedź:

Zadanie 9. (5 pkt)

Dany jest sześcian $ABCDEFGH$ o krawędzi długości 2. Punkt P jest środkiem krawędzi BC . Płaszczyzna AHP przecina krawędź CG w punkcie R (zobacz rysunek). Oblicz pole przekroju tego sześcianu płaszczyzną przechodzącą przez punkty A, H, R i P .

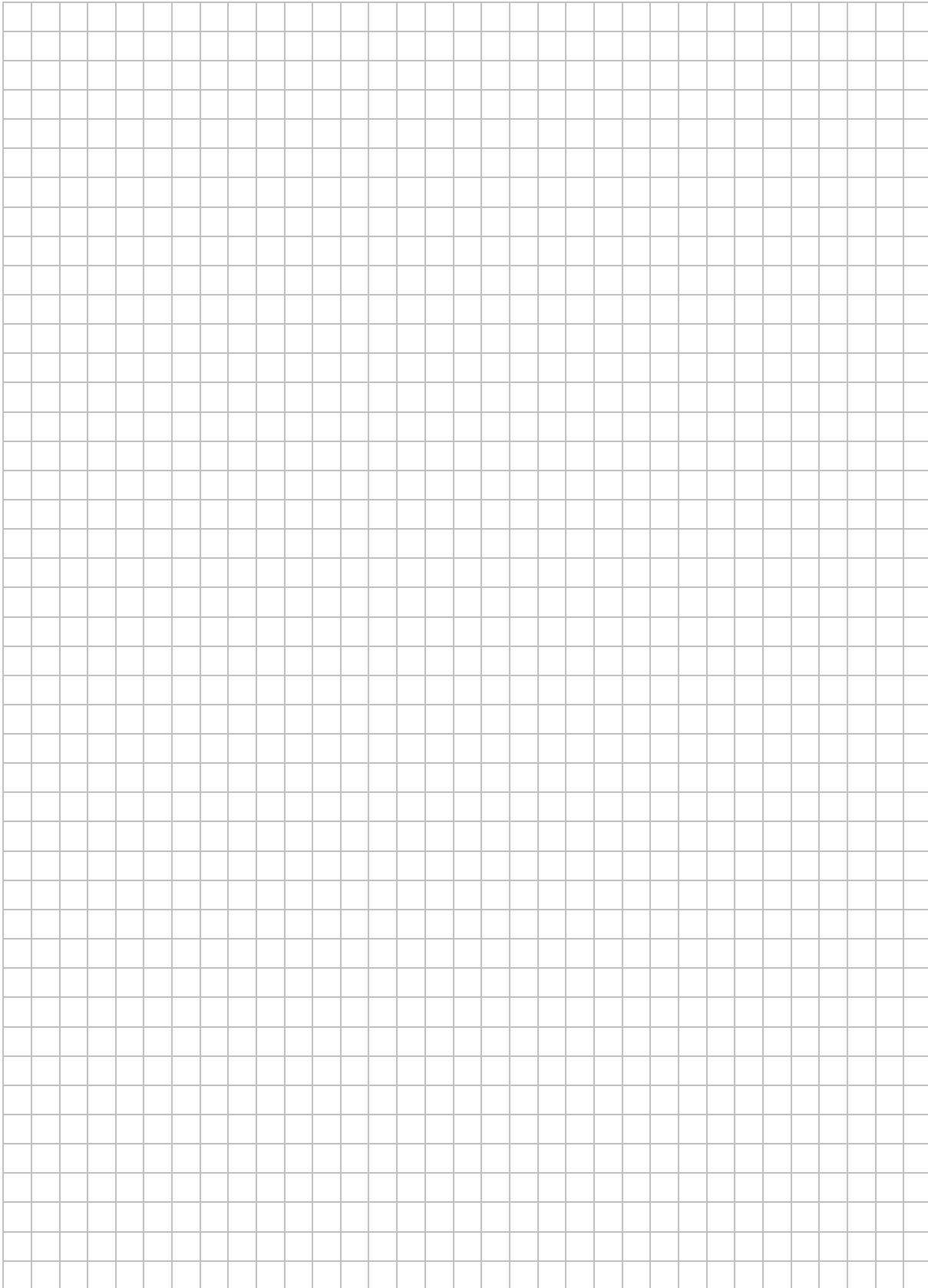


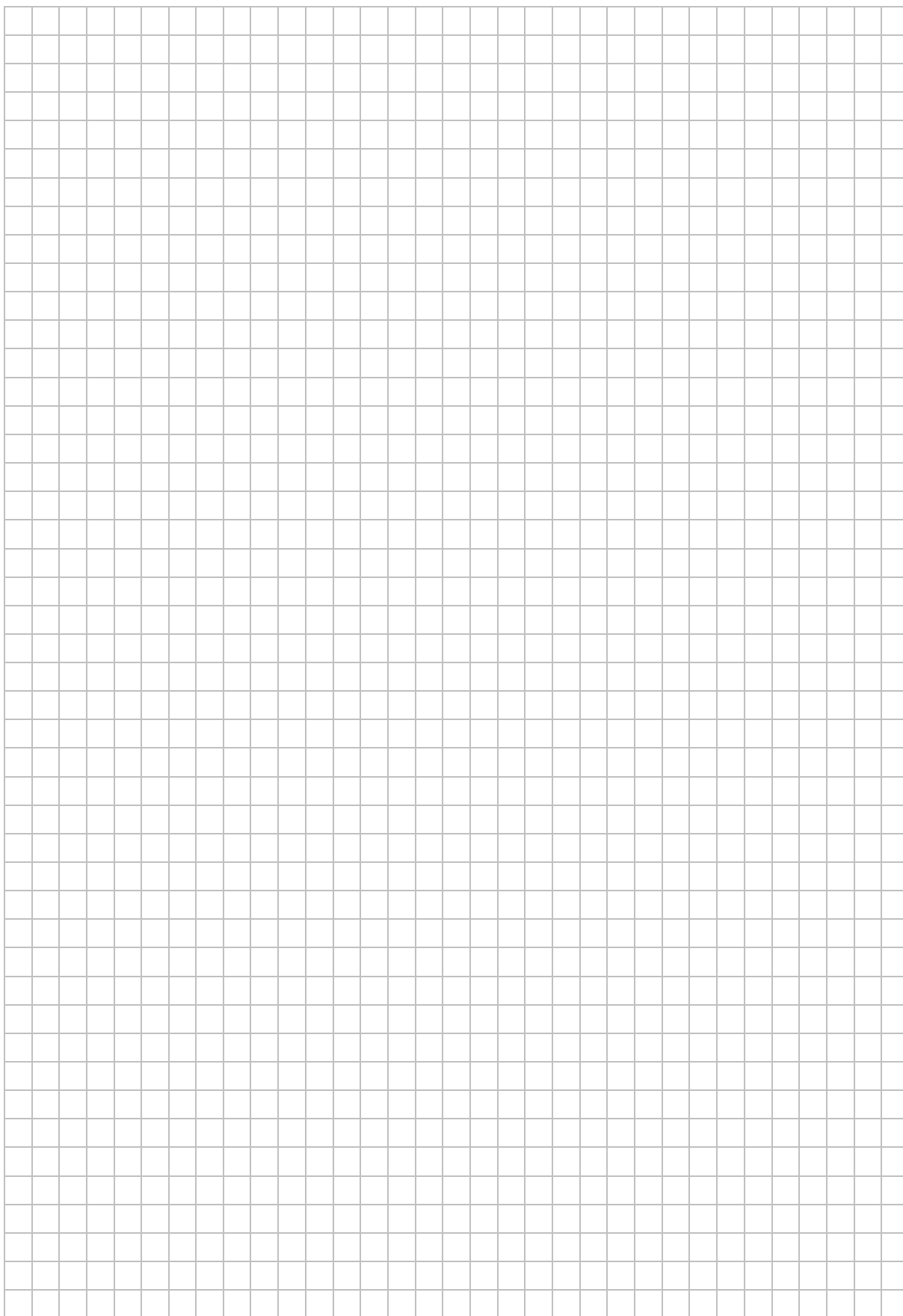


Odpowiedź:

Zadanie 10. (4 pkt)

Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których liczba 1 jest jedynym całkowitym pierwiastkiem wielomianu $W(x) = mx^3 + x^2 + (m^2 - 9)x + m$.

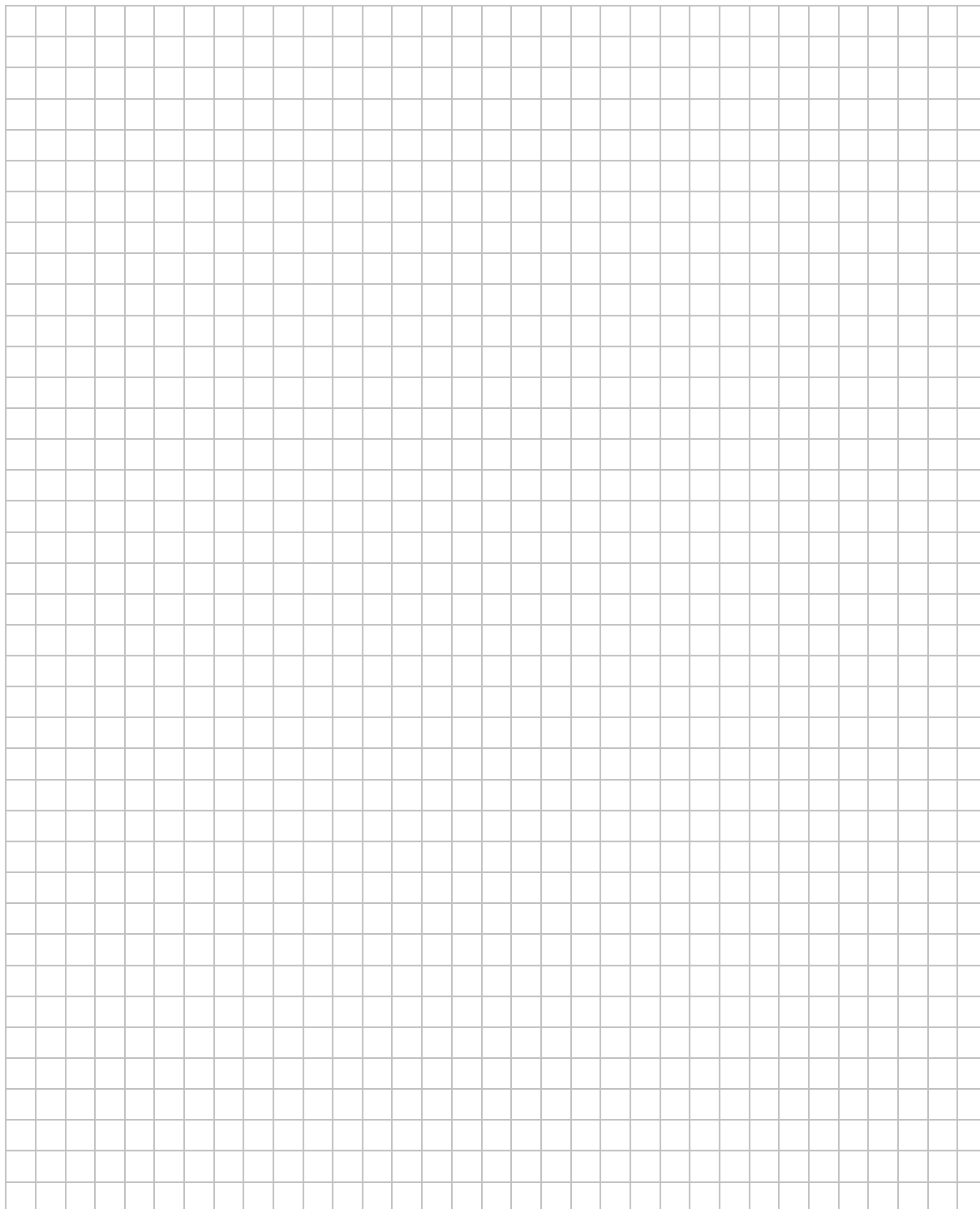




Odpowiedź:

Zadanie 11. (4 pkt)

Każda z urn oznaczonych liczbami 1, 2, 3 zawiera po 3 kule czarne i 4 białe, a każda urna oznaczona liczbami 4, 5, 6 zawiera po 3 czarne i 2 białe kule. Rzucamy sześcienną kostką do gry, a następnie z urny o numerze równym liczbie wyrzuconych oczek losujemy bez zwracania 2 kule. Co jest bardziej prawdopodobne: wylosowanie dwóch kul czarnych, czy dwóch kul białych?



Odpowiedź:

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)