

ZADANIE 30. (0-2)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = 2n^2 + 2n$ dla $n \geq 1$. Wykaż, że suma każdych dwóch kolejnych wyrazów tego ciągu jest kwadratem liczby naturalnej.

ROZWIĄZANIE:

$$a_n = 2n^2 + 2n$$

Obliczamy wyraz a_{n+1} czyli następny po a_n

$$a_{n+1} = 2(n+1)^2 + 2(n+1) = 2(n^2 + 2n + 1) + 2n + 2 = 2n^2 + 4n + 2 + 2n + 2 = 2n^2 + 6n + 4$$

$$a_n + a_{n+1} = 2n^2 + 2n + 2n^2 + 6n + 4 = 4n^2 + 8n + 4 = \left(\frac{2n+2}{k \in \mathbb{N}} \right)^2 = k^2$$