

### Zadanie 4. (6 pkt)

Trzy liczby tworzą ciąg arytmetyczny. Jeśli do pierwszej z nich dodamy 5, do drugiej 3, a do trzeciej 4, to otrzymamy rosnący ciąg geometryczny, w którym trzeci wyraz jest cztery razy większy od pierwszego. Znajdź te liczby.

#### ROZWIĄZANIE:

$a, b, c$  - ciąg arytmetyczny

$a + 5, b + 3, c + 4$  - ciąg geometryczny

$$\begin{cases} c + 4 = 4(a + 5) \rightarrow \boxed{c = 4a + 16} \\ b - a = c - b \rightarrow \boxed{c = 2b - a} \\ \frac{b + 3}{a + 5} = \frac{c + 4}{b + 3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a + 16 = 2b - a \\ 2b = 5a + 16 \\ \boxed{b = 2,5a + 8} \end{cases}$$

Z trzeciego równania:

$$\frac{2,5a + 8 + 3}{a + 5} = \frac{4a + 16 + 4}{2,5a + 8 + 3}$$

$$\frac{2,5a + 11}{a + 5} = \frac{4a + 20}{2,5a + 11}$$

$$(2,5a + 11)^2 = (a + 5)(4a + 20)$$

$$6,25a^2 + 55a + 121 = 4a^2 + 20a + 20a + 100$$

$$2,25a^2 + 15a + 21 = 0 \quad | \cdot 4$$

$$9a^2 + 60a + 84 = 0 \quad | : 3$$

$$3a^2 + 20a + 28 = 0$$

$$\Delta = 400 - 336 = 64$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{64} = 8$$

$$a_{1,2} = \frac{-20 \pm 8}{6} = \begin{cases} \nearrow \frac{-28}{6} = -\frac{14}{3} = -4\frac{2}{3} \\ \searrow \frac{-12}{6} = -2 \end{cases}$$



# ODPOWIEDZI

opracowanie:

JAK ZDAĆ MATURE?  
Z MATEMATYKI?

**ELITMAT**  
FIRMA EDUKACYJNO-WYDAWNICZA

patron:



I przypadek

$$\begin{cases} a = -2 \\ b = 2,5 \cdot (-2) + 8 = 3 \\ c = 4 \cdot (-2) + 16 = 8 \end{cases}$$

Wtedy wyrazy ciągu geometrycznego mają postać:

$$\begin{aligned} a + 5 &= 3 \\ b + 3 &= 6 \\ c + 4 &= 12 \end{aligned}$$

Ciąg jest rosnący

II przypadek

$$\begin{cases} a = -4\frac{2}{3} \\ b = \frac{5}{2} \cdot \left(-\frac{14}{3}\right) + 8 = -3\frac{2}{3} \\ c = 4 \cdot \left(-\frac{14}{3}\right) + 16 = -2\frac{2}{3} \end{cases}$$

Wtedy wyrazy ciągu geometrycznego mają postać:

$$\begin{aligned} a + 5 &= \frac{1}{3} \\ b + 3 &= -\frac{2}{3} \\ c + 4 &= \frac{4}{3} \end{aligned}$$

Ciąg nie jest rosnący

Odp. Szukane liczby to:  $-2; 3; 8$ .