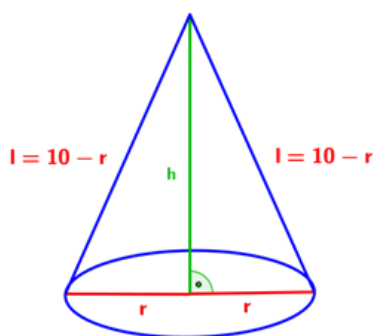


Zadanie 16. (7 pkt)

Rozpatrujemy wszystkie stożki, których przekrojem osiowym jest trójkąt o obwodzie 20. Oblicz wysokość i promień podstawy tego stożka, którego objętość jest największa. Oblicz objętość tego stożka.

ROZWIĄZANIE:



$$2l + 2r = 20$$

$$l + r = 10$$

$$l = 10 - r$$

Z twierdzenia Pitagorasa:

$$h^2 + r^2 = (10 - r)^2$$

$$h^2 + r^2 = 100 - 20r + r^2$$

$$h = \sqrt{100 - 20r}$$

$$V = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \sqrt{100 - 20r} = \frac{1}{3}\pi \sqrt{100r^4 - 20r^5}$$

$f(r)$

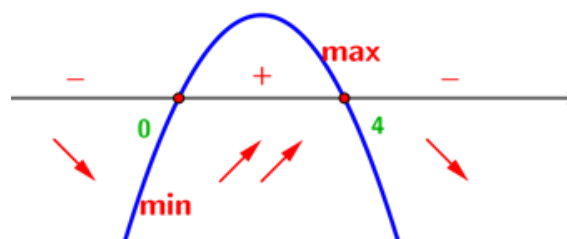
$$f'(r) = 400r^3 - 100r^4$$

$$f'(r) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 400r^3 - 100r^4 = 0 \quad |:100$$

$$4r^3 - r^4 = 0$$

$$r^3(4 - r) = 0$$

$$r = 0 \quad r = 4$$



Największą objętość stożka otrzymamy dla $r = 4$ i $h = \sqrt{100 - 20 \cdot 4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

$$V = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 h = \frac{1}{3} \cdot 4^2 \cdot 2\sqrt{5} = \frac{32\sqrt{5}}{3}\pi$$

Odp. $r = 4, h = 2\sqrt{5}, V = \frac{32\sqrt{5}}{3}\pi$