Zadanie 8. (3 pkt)

Udowodnij, że dla każdej liczby rzeczywistej x prawdziwa jest nierówność $x^4 - x^2 - 2x + 3 > 0$.

ROZWIĄZANIE:

$$\underbrace{x^4 - x^2 - 2x + 3}_{f(x)} > 0$$

$$f'(x) = 4x^3 - 2x - 2$$

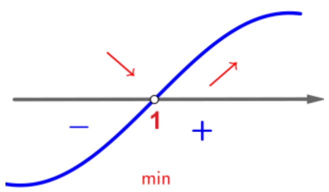
$$f'(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \underbrace{4x^3 - 2x - 2}_{f'(1)=0} = 0$$

więc

$$\begin{array}{rl}
\underline{4x^2 + 4x + 2} & \\
4x^3 - 2x - 2 & : x - 1 \\
\underline{-4x^3 + 4x^2} & \\
4x^2 - 2x & \\
\underline{-4x^2 + 4x} & \\
2x - 2 & \\
\underline{-2x + 2} & \\
= \quad = &
\end{array}$$

$$f'(x) = (x-1)(4x^2 + 4x + 2)$$

$x = 1$ $\qquad \Delta = 16 - 32 = -16 < 0$



$f_{min}(1) = 1 - 1 - 2 + 3 = 1$

Jeżeli funkcja w $x = 1$ przyjmuje minimum o wartości dodatniej i ma tylko jedno ekstremum, to wykres jest zawsze dodatni, więc nierówność jest prawdziwa.