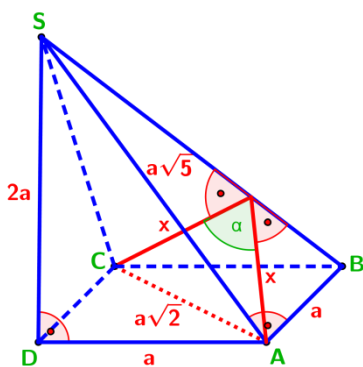


Zadanie 14. (5 pkt)

Podstawą ostrosłupa $ABCD S$ jest kwadrat $ABCD$. Krawędź boczna SD jest wysokością ostrosłupa, a jej długość jest dwa razy większa od długości krawędzi podstawy. Oblicz sinus kąta między ścianami bocznymi ABS i CBS tego ostrosłupa.

ROZWIĄZANIE:



Obliczam $|AS|$ z tw. Pitagorasa:

$$|AS| = \sqrt{a^2 + 4a^2} = a\sqrt{5}$$

Obliczam $|SB|$ z tw. Pitagorasa:

$$|SB| = \sqrt{5a^2 + a^2} = a\sqrt{6}$$

Z równości pól trójkąta ABS :

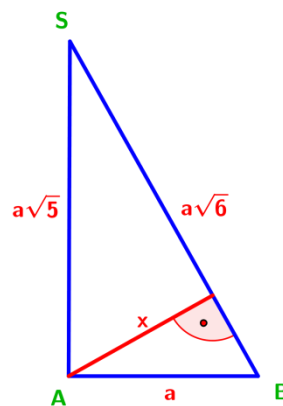
$$\frac{1}{2} \cdot a \cdot a\sqrt{5} = \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{6} \cdot x$$

$$x = \frac{a\sqrt{5}}{\sqrt{6}}$$

Z tw. cosinusów:

$$(a\sqrt{2})^2 = x^2 + x^2 - 2x \cdot x \cdot \cos\alpha$$

$$2a^2 = 2x^2 - 2x^2 \cos\alpha \quad | : 2$$





ODPOWIEDZI

opracowanie:



patron:



$$a^2 = x^2 - x^2 \cos \alpha$$

$$a^2 = \left(\frac{a\sqrt{5}}{\sqrt{6}}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{5}}{\sqrt{6}}\right)^2 \cos \alpha$$

$$a^2 = \frac{5}{6}a^2 - \frac{5}{6}a^2 \cos \alpha \quad | : a^2$$

$$1 = \frac{5}{6} - \frac{5}{6} \cos \alpha$$

$$\frac{5}{6} \cos \alpha = -\frac{1}{6} \quad | \cdot \frac{6}{5}$$

$$\cos \alpha = -\frac{1}{5}$$

Korzystamy z jedynki trygonometrycznej:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin^2 \alpha + \left(-\frac{1}{5}\right)^2 = 1$$

$$\sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \frac{1}{25}}$$

$$\sin \alpha = \pm \sqrt{\frac{24}{25}} = \pm \frac{2\sqrt{6}}{5}$$

Kąt dwuścienny jest mniejszy niż 180° , więc wybieramy dodatnią wartość sinusa.

$$\text{Odp. } \sin \alpha = \frac{2\sqrt{6}}{5}$$