**Zadanie 13. (5 pkt)**

Dany jest trójmian kwadratowy $f(x) = (m+1)x^2 + 2(m-2)x - m + 4$. Wyznacz wszystkie wartości parametru $m$, dla których trójmian $f$ ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste $x_1, x_2$, spełniające warunek $x_1^2 - x_2^2 = x_1^4 - x_2^4$.

ROZWIĄZANIE:

$1°\ m + 1\ \neq 0$

$2°\ \Delta > 0$

$3°\ x_1^2 - x_2^2 = x_1^4 - x_2^4$

$1°\ m \neq -1$

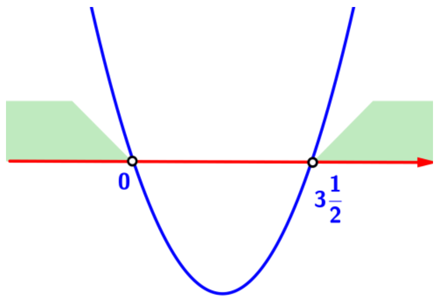
$2°\ \Delta = 4(m-2)^2 - 4(m+1)(-m+4) = 4m^2 - 16m + 16 + 4m^2 - 16m + 4m - 16 = 8m^2 - 28m$

$8m^2 - 28m > 0 \quad |:4$

$2m^2 - 7m > 0$

$m(2m-7) > 0$

$m = 0 \qquad m = 3\frac{1}{2}$




$m \in (-\infty; 0) \cup \left(3\frac{1}{2}; \infty\right)$

$3°\ (x_1 - x_2)(x_1 + x_2) = (x_1^2 - x_2^2)(x_1^2 + x_2^2)$

$(x_1 - x_2)(x_1 + x_2) = (x_1 - x_2)(x_1 + x_2)(x_1^2 + x_2^2) \quad |:(x_1 - x_2)$

$x_1 \neq x_2$ więc możemy skrócić równanie stronami przez $(x_1 - x_2)$

$(x_1 + x_2) = (x_1 + x_2)(x_1^2 + x_2^2)$
$(x_1 + x_2)(x_1^2 + x_2^2) - (x_1 + x_2) = 0$

$(x_1 + x_2)[(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 - 1] = 0$

$$\frac{-2(m-2)}{m+1}\cdot\left[\frac{4(m-2)^2}{(m+1)^2}-\frac{2(-m+4)}{m+1}-\frac{m+1}{m+1}\right]=0$$

$$\frac{-2m+4}{m+1}\cdot\left[\frac{4m^2-16m+16+(2m-8)(m+1)-(m+1)^2}{(m+1)^2}\right]=0$$

$$\frac{-2m+4}{m+1}\cdot\frac{4m^2-16m+16+2m^2+2m-8m-8-m^2-2m-1}{(m+1)^2}=0$$

$$\frac{-2m+4}{m+1}\cdot\frac{5m^2-24m+7}{(m+1)^2}=0$$

$$\frac{(-2m+4)(5m^2-24m+7)}{(m+1)^3}=0$$

$$(-2m+4)(5m^2-24m+7)=0$$

$m_1=2$ $\quad\quad\quad$ $\Delta=576-140=436$

$$\sqrt{\Delta}=\sqrt{436}=2\sqrt{109}$$

$$m_{2,3}=\frac{24\pm2\sqrt{109}}{10}=\frac{12\pm\sqrt{109}}{5}$$

$m=2$ nie spełnia założeń

$m=\frac{12-\sqrt{109}}{5}\approx 0{,}31$ nie spełnia założeń

$m=\frac{12+\sqrt{109}}{5}\approx 4{,}49$

Odp. $m=\frac{12+\sqrt{109}}{5}$