

Zadanie 13. (5 pkt)

Dany jest trójmian kwadratowy $f(x) = (m + 1)x^2 + 2(m - 2)x - m + 4$. Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których trójmian f ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste x_1, x_2 , spełniające warunek $x_1^2 - x_2^2 = x_1^4 - x_2^4$.

ROZWIĄZANIE:

$$1^\circ m + 1 \neq 0$$

$$2^\circ \Delta > 0$$

$$3^\circ x_1^2 - x_2^2 = x_1^4 - x_2^4$$

$$1^\circ m \neq -1$$

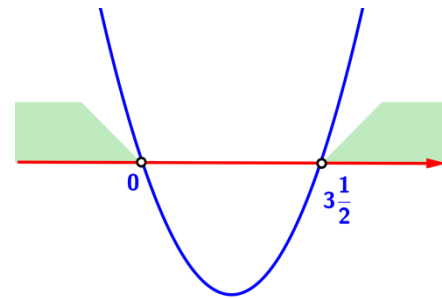
$$2^\circ \Delta = 4(m - 2)^2 - 4(m + 1)(-m + 4) = 4m^2 - 16m + 16 + 4m^2 - 16m + 4m - 16 = 8m^2 - 28m$$

$$8m^2 - 28m > 0 \quad |:4$$

$$2m^2 - 7m > 0$$

$$m(2m - 7) > 0$$

$$m = 0 \quad m = 3\frac{1}{2}$$



$$m \in (-\infty; 0) \cup \left(3\frac{1}{2}; \infty\right)$$

$$3^\circ (x_1 - x_2)(x_1 + x_2) = (x_1^2 - x_2^2)(x_1^2 + x_2^2)$$

$$(x_1 - x_2)(x_1 + x_2) = (x_1 - x_2)(x_1 + x_2)(x_1^2 + x_2^2) \quad |: (x_1 - x_2)$$

$x_1 \neq x_2$ więc możemy skrócić równanie stronami przez $(x_1 - x_2)$

$$(x_1 + x_2) = (x_1 + x_2)(x_1^2 + x_2^2)$$

$$(x_1 + x_2)(x_1^2 + x_2^2) - (x_1 + x_2) = 0$$

$$(x_1 + x_2)[(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 - 1] = 0$$



ODPOWIEDZI

opracowanie:



patron:



$$\frac{-2(m-2)}{m+1} \cdot \left[\frac{4(m-2)^2}{(m+1)^2} - \frac{2(-m+4)}{m+1} - \frac{m+1}{m+1} \right] = 0$$

$$\frac{-2m+4}{m+1} \cdot \left[\frac{4m^2 - 16m + 16 + (2m-8)(m+1) - (m+1)^2}{(m+1)^2} \right] = 0$$

$$\frac{-2m+4}{m+1} \cdot \frac{4m^2 - 16m + 16 + 2m^2 + 2m - 8m - 8 - m^2 - 2m - 1}{(m+1)^2} = 0$$

$$\frac{-2m+4}{m+1} \cdot \frac{5m^2 - 24m + 7}{(m+1)^2} = 0$$

$$\frac{(-2m+4)(5m^2 - 24m + 7)}{(m+1)^3} = 0$$

$$(-2m+4)(5m^2 - 24m + 7) = 0$$

$$m_1 = 2$$

$$\Delta = 576 - 140 = 436$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{436} = 2\sqrt{109}$$

$$m_{2,3} = \frac{24 \pm 2\sqrt{109}}{10} = \frac{12 \pm \sqrt{109}}{5}$$

$m = 2$ nie spełnia założeń

$$m = \frac{12 - \sqrt{109}}{5} \approx 0,31 \text{ nie spełnia założeń}$$

$$m = \frac{12 + \sqrt{109}}{5} \approx 4,49$$

$$\text{Odp. } m = \frac{12 + \sqrt{109}}{5}$$