

Zadanie 10. (4 pkt)

Długości boków czworokąta $ABCD$ są równe: $|AB| = 2$, $|BC| = 3$, $|CD| = 4$, $|DA| = 5$. Na czworokącie $ABCD$ opisano okrąg. Oblicz długość przekątnej AC tego czworokąta.

ROZWIĄZANIE:

Niech $|AC| = x$

Z twierdzenia o okręgu opisanym na czworokącie suma naprzeciwległych kątów wynosi 180° .

Z twierdzenia cosinusów:

$$\begin{cases} x^2 = 4^2 + 5^2 - 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \cos \alpha \\ x^2 = 2^2 + 3^2 - 2 \cdot 2 \cdot 3 \cos(180^\circ - \alpha) \end{cases}$$

$$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\begin{cases} x^2 = 16 + 25 - 40 \cos \alpha \\ x^2 = 4 + 9 + 12 \cos \alpha \end{cases} \Rightarrow 41 - 40 \cos \alpha = 13 + 12 \cos \alpha$$

$$-52 \cos \alpha = -28$$

$$\cos \alpha = \frac{28}{52} = \frac{7}{13}$$

$$x^2 = 13 + 12 \cdot \frac{7}{13}$$

$$x^2 = \frac{169 + 84}{13}$$

$$x = \sqrt{\frac{253}{13}} = \frac{\sqrt{3289}}{13}$$

$$\text{Odp. } |AC| = \frac{\sqrt{3289}}{13}$$

