



ZADANIE 34. (5PKT)

W nieskończonym ciągu arytmetycznym (a_n) , określonym dla $n \geq 1$, suma jedenastu początkowych wyrazów tego ciągu jest równa 187. Średnia arytmetyczna pierwszego, trzeciego i dziewiątego wyrazu tego ciągu, jest równa 12. Wyraz a_1, a_3, a_k ciągu (a_n) w podanej kolejności, tworzą nowy ciąg – trzywyrazowy ciąg geometryczny (b_n) . Oblicz k .

ROZWIĄZANIE:

Układamy równanie z sumy S_{11} .

$$S_{11} = 187$$

$$\frac{a_1 + a_{11}}{2} \cdot 11 = 187$$

$$a_{11} = a_1 + 10r \text{ więc } \frac{a_1 + a_1 + 10r}{2} \cdot 11 = 187 \quad | : 11$$

$$\frac{2a_1 + 10r}{2} = 17 \quad | \cdot 2$$

$$2a_1 + 10r = 34$$

Układamy równanie ze średnią.

$$\frac{a_1 + a_3 + a_9}{3} = 12$$

$$a_1 + a_3 + a_9 = 36$$

$$a_1 + a_1 + 2r + a_1 + 8r = 36$$

$$\underline{3a_1 + 10r = 36}$$

Rozwiązujemy układ równań, które otrzymaliśmy z powyższych informacji.

$$\begin{cases} 2a_1 + 10r = 34 & | \cdot (-1) \\ 3a_1 + 10r = 36 \end{cases}$$



ODPOWIEDZI

opracowanie:

JAK ZDAĆ MATURE?
Z MATEMATYKI?

ELITMAT
FIRMA EDUKACYJNO-WYDAWNICZA

patron:



$$\begin{cases} -2a_1 - 10r = -34 \\ 3a_1 + 10r = 36 \end{cases}$$

$$a_1 = 2$$

$$2a_1 + 10r = 34$$

$$2 \cdot 2 + 10r = 34$$

$$10r = 30 \quad |:10$$

$$\underline{r = 3}$$

$$b_1 = a_1 = 2$$

$$b_2 = a_3 = a_1 + 2r = 2 + 2 \cdot 3 = 8$$

$$b_3 = a_k = x$$

$$\frac{8}{2} = \frac{x}{8}$$

$$2x = 64 \quad |:2$$

$$x = 32$$

$$a_k = 32 = a_1 + (k - 1)r$$

$$2 + (k - 1) \cdot 3 = 32$$

$$2 + 3k - 3 = 32$$

$$3k = 33 \quad |:3$$

$$\underline{k = 11}$$