

Ponad 100 000 sprzedanych egzemplarzy
książek z serii „Jak zdać maturę z matematyki”

NOWE
WYDANIE

JAK ZDAĆ MATURE Z MATEMATYKI NA POZIOMIE ROZSZERZONYM

arkusze maturalne

Autorskie zadania skorelowane z oficjalnymi arkuszami CKE

171
zadań

matura
aktualna podstawa
programowa

2021
2020 2022

Dariusz Kulma
Nauczyciel Roku 2008

Najczęściej wybierana książka

BESTSELLER

podczas przygotowań do matury

DARIUSZ KULMA

JAK ZDAĆ MATURE
Z MATEMATYKI 
NA POZIOMIE ROZSZERZONYM
arkusze maturalne

WYDAWNICTWO – ELITMAT

Mińsk Mazowiecki 2019

Autor: **Dariusz Kulma**

Konsultacje merytoryczne: **Witold Pająk**

Opracowanie redakcyjne: **Małgorzata Zakrzewska**

Projekt graficzny okładki: **Ewelina Trębacz**

Projekt graficzny i skład komputerowy: **Paulina Kotomska-Lichniak, Ewelina Trębacz**

Druk i oprawa:
Drukarnia "KOLUMB"
ul. Kaliny 7
41-506 Chorzów

Copyright by Firma Edukacyjno – Wydawnicza ELITMAT Dariusz Kulma

Wydanie: Firma Edukacyjno – Wydawnicza ELITMAT Dariusz Kulma

Mińsk Mazowiecki
tel. 51-77777-51
e-mail: elitmat@elitmat.pl , www.elitmat.pl

Mińsk Mazowiecki 2019. Wydanie czwarte.

ISBN: 978-83-63975-35-7

Wszystkie książki wydawnictwa są dostępne w sprzedaży wysyłkowej.
Zamówienia prosimy składać przez stronę:

www.jakzdacmaturezmatematyki.pl

lub na adres: elitmat@elitmat.pl

● WSTĘP

Drogi Maturzysto!

Przekazuje w Twoje ręce **kolejną pozycję z serii „Jak zdać maturę z matematyki?”**. Tym razem są to arkusze egzaminacyjne do matury z matematyki na poziomie rozszerzonym — **uzupełnienie książki „Jak zdać maturę z matematyki na poziomie rozszerzonym? Dla bystrzaków i nie tylko!”**. Polecam, aby właśnie od niej rozpocząć przygotowania do matury. Jeżeli naprawdę chcesz dobrze zdać maturę na poziomie rozszerzonym, to polecam Ci jeszcze dwie pozycje. Książkę „Dowody matematyczne — umiem to! Zbiór zadań na dowodzenie dla maturzystów i nie tylko” oraz najnowszy zbiór zadań „101 zadań dla ambitnych maturzystów. Zbiór zadań trudnych, ciekawych i nietypowych z matematyki na poziomie rozszerzonym”. Na koniec warto jest finalnie powtórzyć i utrwalić wiedzę, rozwiązując arkusze maturalne. Taki system pracy zapewni Ci sukces na egzaminie. Może wydaje się to teraz dużym wyzwaniem, ale wiem, że warto je podjąć.



Co zawiera książka?

Po przeanalizowaniu oficjalnych arkuszy maturalnych powstało 171 zadań maturalnych w możliwie największym stopniu podobnych do tych proponowanych przez Centralną Komisję Egzaminacyjną. **Wszystkie zadania odpowiadają wymaganiom zawartym w aktualnie obowiązującej podstawie programowej.**

Co ważne, do każdego zadania znajdziesz w naszej książce odpowiedź, a w przypadku zadań sprawiających zazwyczaj największą trudności, czyli zadań na wykazywanie, zamieściliśmy pełne rozwiązania, które możesz przeanalizować. To zdecydowanie odróżnia tę książkę od innych.

Postaraj się rozwiązać wszystkie zadania z danego arkusza, a następnie sprawdź swoje odpowiedzi i popraw ewentualne błędy, by móc uzyskiwać jeszcze lepsze wyniki w kolejnych arkuszach. **Pamiętaj, że ćwiczenie czyni mistrza i zaprowadzi Cię do wymarzonego wyniku z matury z matematyki!**

Z pozdrowieniami



● SPIS TREŚCI

	str.
ARKUSZ 1	5
ARKUSZ 2	9
ARKUSZ 3	13
ARKUSZ 4	18
ARKUSZ 5	23
ARKUSZ 6	27
ARKUSZ 7	32
ARKUSZ 8	37
ARKUSZ 9	42
ARKUSZ 10	47
ODPOWIEDZI DO ARKUSZY 1 - 10	51

● Opis arkusza maturalnego dla poziomu rozszerzonego

Zgodnie z informatorem o egzaminie maturalnym z matematyki od roku szkolnego 2014/2015 arkusz egzaminacyjny będzie składał się z trzech grup zadań:

- zamkniętych, punktowanych w skali 0–1, w których jedną poprawną odpowiedź wybieramy z czterech podanych;
- otwartych krótkiej odpowiedzi, punktowanych w skali 0–2, 0–3, 0–4, wśród których mogą występować zadania z kodowaną odpowiedzią, czyli takie, na które odpowiedzi udziela się poprzez wpisanie żądanych cyfr w tabeli w zadanej kolejności (ocenie podlegają tylko wpisane cyfry). Wczytaj się uważnie, o które cyfry w zadaniu chodzi, i nie stosuj przybliżeń, chyba że podano inaczej.
- otwartych rozszerzonej odpowiedzi, punktowanych w skali 0–5, 0–6, 0–7.

Łącznie na 180-minutowym egzaminie możesz zdobyć 50 punktów.

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach od 1. do 5. wybierz i zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

1. (0-1) Granica ciągu $a_n = \frac{(4n-1)(4n+1)(16n^2+1)}{(n-1)(n^3+n^2+n+1)}$ jest równa:

- A. 0 B. ∞ C. 16 D. 256

2. (0-1) Dany jest wzór funkcji $f(x) = 6x^4 + 4x$. Funkcja $f(x)$:

- A. ma jedno minimum lokalne, C. nie ma minimum ani maksimum lokalnego,
B. ma jedno maksimum lokalne, D. ma trzy ekstrema lokalne.

3. (0-1) Wyrażenie $\cos 105^\circ - \cos 15^\circ$ jest równe:

- A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ C. $-\frac{\sqrt{6}}{4}$ D. $-\frac{\sqrt{6}}{2}$

4. (0-1) Dane są dwie urny z kulami. Pierwsza urna zawiera 3 kule białe i 7 kul czarnych, a druga 4 kule białe i 6 czarnych. Rzucamy jeden raz dwoma symetrycznymi monetami. Jeżeli wypadną dwa orły, losujemy kulę z urny pierwszej, a w przypadku innych wariantów — z urny drugiej. Prawdopodobieństwo wylosowania kuli białej jest równe:

- A. $\frac{11}{20}$ B. $\frac{3}{8}$ C. $\frac{3}{10}$ D. $\frac{9}{10}$

5. (0-1) Najmniejszą liczbą spełniającą nierówność $|2-x| + |2x+4| \leq 7$ jest:

- A. -3 B. 1 C. -2 D. 0

ZADANIA OTWARTE

W zadaniach od 6. do 7. zakoduj we wskazanym miejscu wynik zgodnie z poleceniem.

6. (0-2) Wyznacz rozwiązanie równania $\operatorname{tg}^3 x - \operatorname{tg}^2 x - 3\operatorname{tg} x + 3 = 0$ należące do przedziału $\langle 0; \frac{\pi}{4} \rangle$. Przyjmując, że $\pi = 3,14$, zakoduj kolejno trzy pierwsze cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

--	--	--

7. (0-2) Funkcja f określona jest wzorem $f(x) = \frac{x^2-3}{x^2+1}$. Oblicz wartość pochodnej tej funkcji w punkcie $x_0 = \frac{1}{4}$. Zakoduj kolejno cyfrę jedności oraz dwie pierwsze cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

--	--	--

ARKUSZ 1

1. D 2. A 3. D 4. B 5. A

6.

7	8	5
---	---	---

7.

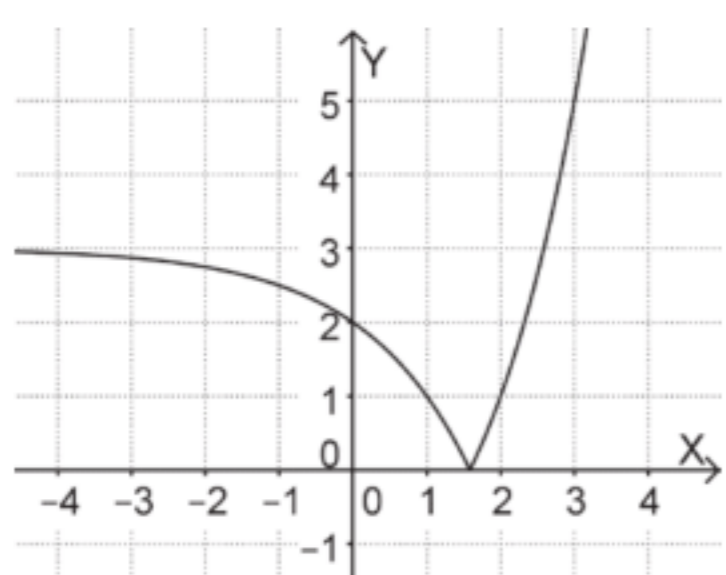
1	7	7
---	---	---

8.
$$P = 25\sqrt{B} = 25\sqrt{25^{2\sqrt{3}+3}} =$$

$$= 25\sqrt{5^{2(2\sqrt{3}+3)}} = 5^2 \cdot 5^{2\sqrt{3}+3} =$$

$$= 5^{5+2\sqrt{3}} = A$$

9. a. $a = 2$
b. $m \in (0; 3)$



10. R — promień większego okręgu
 r — promień mniejszego okręgu
 $R\sqrt{2} = r\sqrt{2} + r + R$
 $R(\sqrt{2} - 1) = r(\sqrt{2} + 1)$
 $\frac{r}{R} = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1} = (\sqrt{2} - 1)^2 = 3 - 2\sqrt{2}$

11. $P(A) = \frac{1}{3}$

12. $a = 4, b = 1, c = -6$

13.
$$\begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \\ c = 9 \end{cases}$$

14. $m \in (4; \infty)$

15. $C(-1; -3)$ lub $C(5; 3)$

16. $V = \frac{1}{6}k^3 [j^3]$

17. $C(\sqrt{2}; \sqrt{2})$

ARKUSZ 2

1. B 2. D 3. C 4. C 5. A

6.

1	2	5
---	---	---

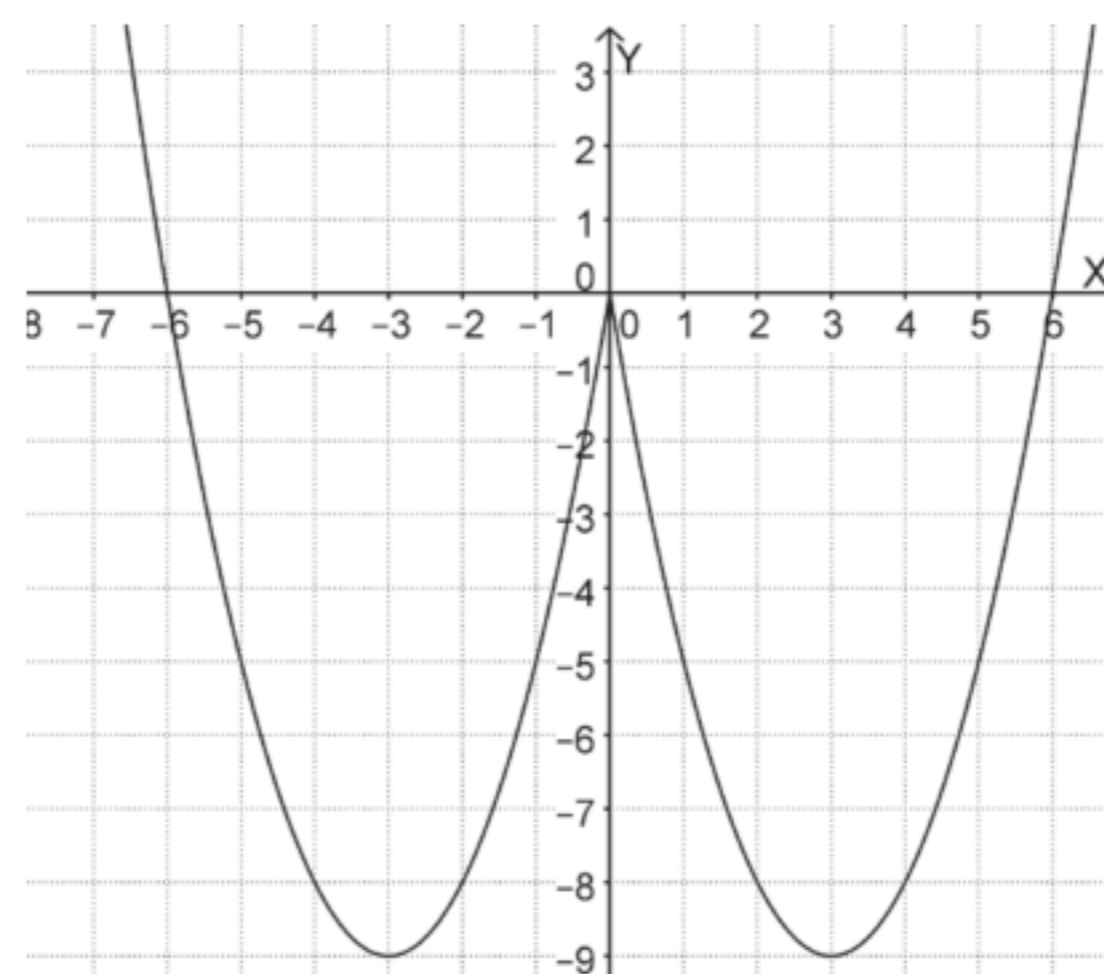
7.

3	4	3
---	---	---

8.

1	9	9
---	---	---

9. 4 rozwiązania $\Leftrightarrow p \in (-9; 0)$



10.
$$\sqrt[6]{\frac{a^6 + b^6}{2}} \geq \sqrt[3]{\frac{a^3 + b^3}{2}} \quad |^6$$

$$\frac{a^6 + b^6}{2} \geq \left(\frac{a^3 + b^3}{2}\right)^2$$

$$\frac{a^6 + b^6}{2} \geq \frac{a^6 + 2a^3b^3 + b^6}{4} \quad | \cdot 4$$

$$2a^6 + 2b^6 \geq a^6 + 2a^3b^3 + b^6$$

$$a^6 - 2a^3b^3 + b^6 \geq 0$$

$$(a^3 - b^3)^2 \geq 0$$

11. $P(A) = \frac{1}{126}$

12. Miary kątów trójkąta to $71^\circ, 71^\circ, 38^\circ$.

13. $m \in \langle -3; -2 \rangle \cup (0; 1) \cup \langle 2; \infty \rangle$

14. $a = 4, b = 8, c = 16$

15. $B(1; 9), C(-4; 4), D(-3; -3)$

16. $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3\sqrt{3}}{5}$

17. $C(2; 3)$

ARKUSZ 3

1. D 2. B 3. B 4. A 5. C

6.

0	1	7
---	---	---

7.

2	5	0
---	---	---

8.
$$5k^3 + 15k^2 + 10k = 5k(k^2 + 3k + 2) =$$

$$= 5k(k+1)(k+2) = 5 \cdot 6n = 30n$$

Jest to iloczyn trzech kolejnych liczb całkowitych, który jest podzielny przez 6, ponieważ co najmniej jedna z tych liczb jest podzielna przez 2 i jedna jest podzielna przez 3.

Liczba jest więc podzielna przez 30, gdzie $n \in \mathbb{C}$.

DLA MATURZYSTÓW POLECAMY POZOSTAŁE KSIĄŻKI Z SERII „JAK ZDAĆ MATURE Z MATEMATYKI” AUTORSTWA DARIUSZA KULMY — NAUCZYCIELA ROKU 2008



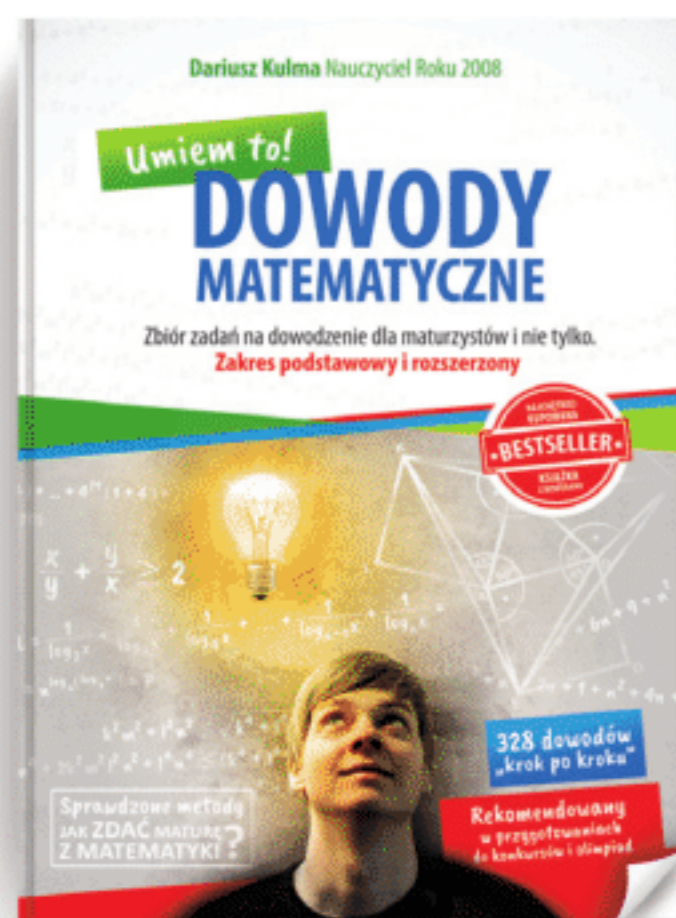
Seria „Jak zdać maturę z matematyki” to m.in. REPETYTORIA:

- ✓ Wszystkie najważniejsze zagadnienia do NOWEJ MATURY — wzory, definicje, twierdzenia z przykładami opracowane według aktualnej podstawy programowej.
- ✓ Łącznie 1387 ZADAŃ — 677 zadań na poziomie podstawowym oraz 710 zadań na poziomie rozszerzonym (w tym zadania na dowodzenie i wykazywanie).
- ✓ Rozwiązania „krok po kroku”, wskazówki i komentarze — które wytłumaczą Ci każde zadanie jak najlepszy korepetytor.
- ✓ Podsumowania — które systematycznie porządkują Twoją wiedzę, również w wersji on-line (NOWOŚĆ).



Z książkami z serii „Jak zdać maturę z matematyki” ściśle powiązane są również ARKUSZE MATURALNE NA POZIOMIE PODSTAWOWYM

- ✓ ARKUSZE MATURALNE — opracowane na podstawie oficjalnych arkuszy Centralnej Komisji Egzaminacyjnej.
- ✓ Łącznie 331 ZADAŃ z nowej podstawy programowej.
- ✓ Odpowiedzi do wszystkich zadań.
- ✓ Pełne rozwiązania do zadań sprawiających maturzystom najwięcej trudności, np. dowodów.



„DOWODY MATEMATYCZNE — UMIEM TO!” Zbiór zadań na dowodzenie dla maturzystów i nie tylko”.

- ✓ 328 DOWODÓW — na poziomie podstawowym i rozszerzonym.
- ✓ Rozwiązania „krok po kroku” do wszystkich zadań.
- ✓ Rekomendowana w przygotowaniach do konkursów i olimpiad matematycznych.
- ✓ Każde zadanie oznaczone poziomem trudności.
- ✓ Wskazówki do zadań do samodzielnego wykonania.



NOWOŚĆ! „101 ZADAŃ DLA AMBITNYCH MATURZYSTÓW. Zbiór zadań trudnych, ciekawych i nietypowych z matematyki na poziomie rozszerzonym”.

- ✓ Zawiera "zadania multidziałowe", czyli takie, które zawierają zagadnienia z wielu działów — nawet z czterech czy pięciu.
- ✓ Wskazówki do wszystkich zadań wraz z pełnymi rozwiązaniami „krok po kroku”.
- ✓ Twierdzenia i wzory, których nie ma w podstawie programowej, a dzięki którym można rozwiązać zadanie szybciej!

Więcej informacji: jakzdacmaturezmatematyki.pl/ksiazka

JAK ZDAĆ MATURE Z MATEMATYKI NA POZIOMIE ROZSZERZONYM

arkusze maturalne

W uznaniu za wyjątkowe podejście do matematyki i umiejętność zarażania pasją uczniów!

Dariusz Kulma to nauczyciel z ponad 20-letnim stażem, wielokrotnie wyróżniany za swoje osiągnięcia, w tym m.in. nagrodą Ministra Edukacji Narodowej II stopnia oraz tytułem Nauczyciela Roku 2008 w ogólnopolskim konkursie organizowanym pod patronatem Ministerstwa Edukacji Narodowej i "Głosu Nauczycielskiego".



Jest autorem serii książek dla maturzystów oraz kilkunastu zbiorów z zadaniami konkursowymi. Jest twórcą wielu projektów edukacyjnych, w tym m.in. „Matematyki Innego Wymiaru”, „Matematycznych Mistrzostw Polski Dzieci i Młodzieży” czy „E-laboratorium matematyczne”. W ramach projektu „Jak zdać maturę z matematyki?” prowadzi warsztaty motywacyjne dla maturzystów, wspierając młodzież w przygotowaniach maturalnych. Jest również szkoleniowcem i wykładowcą podczas wielu konferencji dla nauczycieli matematyki w Polsce.

arkusze maturalne:

- ✓ **10 ARKUSZY MATURALNYCH** — opracowanych na podstawie oficjalnych arkuszy Centralnej Komisji Egzaminacyjnej
- ✓ **171 ZADAŃ Z AKTUALNEJ PODSTAWY PROGRAMOWEJ**
- ✓ **ODPOWIEDZI DO WSZYSTKICH ZADAŃ**
- ✓ **ROZWIĄZANIA DO ZADAŃ** — z dowodami i na wykazywanie

Sprawdź inne książki oraz materiały on-line na naszej stronie →



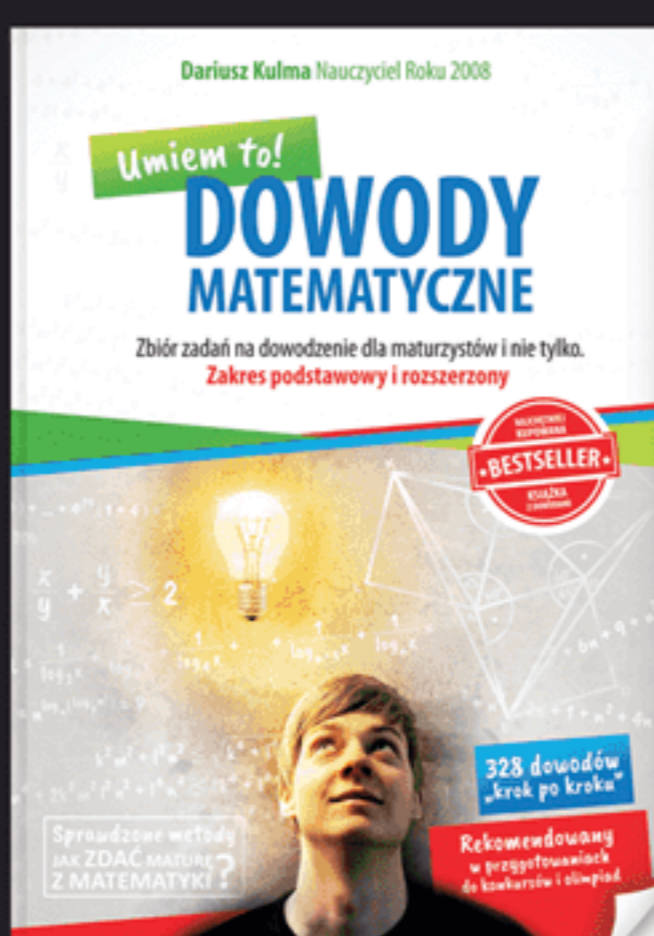
Zamówienia on-line:
www.jakzdamaturezmatematyki.pl



Zamówienia telefoniczne lub SMS-em:
51-77777-51



Zamówienia e-mail:
elitmat@elitmat.pl



Odwiedź nasz fanpage!
„Jak zdać maturę z matematyki”



Arkusze maturalne są ściśle powiązane z książkami z serii „Jak zdać maturę z matematyki”

