

DARIUSZ KULMA — Nauczyciel Roku 2008

KARTY PRACY Z MATEMATYKI

32 GOTOWE LEKCJE POWTÓRZENIOWE
DO MATURY NA POZIOMIE ROZSZERZONYM

część 2

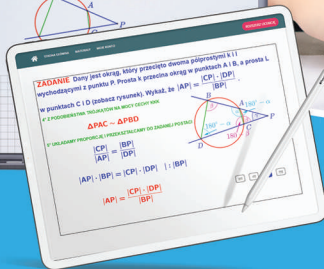
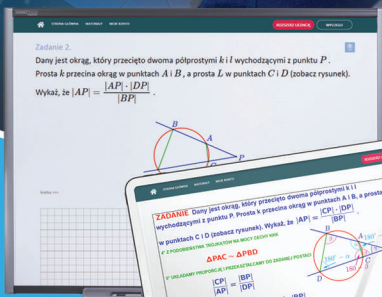
poziom trudności

JEDYNA TAKA

Pełne
rozwiązania
"krok po kroku"
w wersji
interaktywnej

KSIĄŻKA W POLSCE

169
zadań



Najlepsza powtórka przed maturą **2021** 2022

JAK ZDAĆ MATURE
Z MATEMATYKI?

DARIUSZ KULMA

KARTY PRACY Z MATEMATYKI

**32 GOTOWE LEKCJE POWTÓRZENIOWE
DO MATURY NA POZIOMIE ROZSZERZONYM**

WYDAWNICTWO – ELITMAT

Mińsk Mazowiecki 2020

Autor:
Opracowanie redakcyjne:
Projekt graficzny okładki:
Projekt graficzny i skład komputerowy:

Dariusz Kulma
Małgorzata Zakrzewska
Ewelina Trębacz
Ewelina Trębacz

Druk i oprawa:

Drukarnia "KOLUMB"
ul. Kaliny 7
41-506 Chorzów

Zbiór zadań został opracowany zgodnie z obowiązującą podstawą programową dla szkół ponadgimnazjalnych, z wykorzystaniem arkuszy maturalnych udostępnionych przez Centralną Komisję Edukacyjną.

Zdjęcie: Inna Šapkova, autor zdjęcia: Mariusz Kulma.

Copyright by Firma Edukacyjno – Wydawnicza ELITMAT Dariusz Kulma

Wydanie: Firma Edukacyjno – Wydawnicza ELITMAT Dariusz Kulma

Mińsk Mazowiecki
tel. 51-77777-51
e-mail: elitmat@elitmat.pl
www.elitmat.pl

Mińsk Mazowiecki 2020. Wydanie pierwsze.
ISBN: 978-83-63975-39-5

Wszystkie książki wydawnictwa są dostępne w sprzedaży wysyłkowej.
Zamówienia prosimy składać przez stronę:

www.jakzdacmaturezmatematyki.pl

lub na adres: elitmat@elitmat.pl

WSTĘP




Na samym początku chciałem Ci pogratulować. Zaskoczyłem Cię pewnie, bo przecież nic jeszcze nie zrobiłeś? A jednak gratuluję. Cieszę się, że podejmujesz wyzwanie dotyczące matury z matematyki na poziomie rozszerzonym. Proszę Cię jednak, byś przygotował się na to, że nie jest to droga łatwa. I chcę, żebyś miał tego świadomość. **Cel i sukces**, który jest na końcu tej drogi, będzie smakował znakomicie. Ta nagroda już na Ciebie czeka. Pomoże Ci w tym system **Z-W-S**. Co to takiego? **Zaangażowanie – Wytrwałość – Systematyczność**. Proste? Jak się to tylko czyta, to proste, ale w praktyce musimy pracować nad sobą każdego dnia. Nie da się dobrze przygotować do matury z poziomu rozszerzonego, jeśli się w to nie **zaangażujesz**. Nie będziesz wkładał w to swojego serca. I nie traktuj tego górnolotnie. Musisz zaprzyjaźnić się z matematyką i pracą z nią związaną. Wytrwałość to kolejny niezbędny element. Będziesz pewnie wiele razy miał chwilę zwątpienia. Przypominaj sobie wtedy o tym, że jak wytrwasz, to czeka Cię piękna nagroda.

I na koniec systematyczność, która łączy się z wytrwałością. Małymi krokami, ale często – taka niech będzie Twoja droga do celu. Wyznaczaj sobie momenty powtórek. Konkretny czas w tygodniu o określonych godzinach. Nic nie skracaj, wytrwaj w postanowieniu.

Oddaję w Twoje ręce dwie książki (część 1 i część 2), jakich nie ma w Polsce do poziomu rozszerzonego. **Są to pierwsze książki, które łącznie zawierają pełne rozwiązania wszystkich 363 zadań krok po kroku w wersji interaktywnej! To takie e-książki, dzięki którym możesz się uczyć na tablecie, a nawet telefonie – w każdym miejscu, gdzie jesteś.** Nawet, jeśli nie zabrałeś ze sobą wersji papierowej. Dodatkowym atutem każdej z tych książek jest cykliczne powtarzanie tych samych zagadnień, po to, abyś nie zapominał już raz powtórzonych treści. Jeśli trafiłeś na inne moje książki z serii „Jak zdać maturę z matematyki”, to wiesz, że to działa.

A więc jak to działa? Już odpowiadam :)

W części 1 książki znajdziesz **32 karty pracy z zestawami zadań maturalnych**, za które możesz zdobyć od 13 do 15 punktów. Każdy zestaw powinieneś rozwiązywać ok. 45 minut. Tyle, co jedna szkolna lekcja. Na końcu każdej karty pracy znajdziesz też **zadanie dodatkowe**. Zwróć uwagę, że numeracja kart pracy rozpoczyna się od 1.3, 1.4, potem 2.4, 2.5, 2.6 – to nie pomyłka. Część 2 „Kart pracy” jest kontynuacją części 1, dlatego zachowaliśmy numeracją ciągłą, ponieważ obie książki się wzajemnie uzupełniają i tak naprawdę stanowią całość, z tym, że część 2 zawiera zadania o wyższym stopniu trudności.

Część kart pracy w tej książce ułożona jest parami i zawiera zadania podobne. Tak więc karta pracy 1.3 jest podobna do 1.4, karta 2.4 jest podobna do 2.5, itd. Na czym polega to podobieństwo? Na tym, że zadanie nr 1 z karty pracy 1.3 jest podobne do zadania nr 1 z karty 1.4, zadania nr 2 z jednej i drugiej karty pracy również są podobne, itd. Przy każdym zadaniu znajduje się ikonka , po kliknięciu której w wersji online otworzy się plansza interaktywna z rozwiązaniem tego zadania. Wystarczy posłużyć się nawigacją, żeby zobaczyć kolejne kroki rozwiązania. Kartę pierwszą warto potraktować jako lekcję powtórzeniową, żeby zobaczyć jak rozwiązać poszczególne typy zadań. Kartę drugą, która jest podobna, potraktuj jako zestaw ćwiczeniowy. Rozwiąż samodzielnie zadania, a potem sprawdź odpowiedzi na końcu książki albo pełne rozwiązania w wersji online.

Od drugiego działu pojawiają się karty pracy z nr 6 – 2.6, 3.6, 4.6 itd. To **karty, które zawierają zadania również z poprzednich działów**. Podobnie robiliśmy w repetytoriach “Jak zdać maturę z matematyki”. Tu mamy jednak różnicę, ponieważ cofamy się o 3-5 działów, np. w karcie pracy 8.6 oprócz zadań z działu 8 znajdziemy zadania z działów 4 – 7.

Opis instrukcji trochę trwa, ale myślę, że warto uczyć się właśnie w ten sposób. Efekt będzie murowany. Zachęcam Cię do systematyczności. Ona powoduje, że krok po kroku, dzień po dniu będziesz bliżej celu.

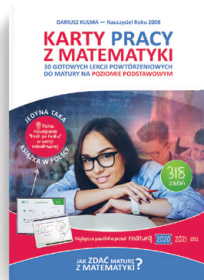
I gwarantuję Ci, że pozytywnie zaskoczysz się Twoim wynikiem na maturze.

Z pozdrowieniami!

Dariusz Dulma

ZOBACZ RÓWNIEŻ POZOSTAŁE KSIĄŻKI Z SERII “KARTY PRACY”.

“Karty Pracy z matematyki do matury na poziomie podstawowym”



“Karty Pracy z matematyki do matury na poziomie rozszerzonym, cz.1” – zawierają zadania o niższym stopniu trudności niż w części 2.

1.3

NUMERACJA kart pracy w części 2 jest kontynuacją części 1, stąd kolejne numery kart to 1.3, 1.4, 2.4, 2.5, 2.6, itd.

169

169 zadań – 32 GOTOWE LEKCJE powtórzeniowe do matury na poziomie rozszerzonym, ułożone działami.



PODOBNE KARTY PRACY – Dwie pierwsze karty w danym dziale to karty z zadaniami podobnymi do siebie. Karta pracy 1.3 jest podobna do 1.4, karta 2.4 jest podobna do 2.5, itd.



Każda karta pracy przewidziana jest na ok. 45 minut, dokładnie tyle, ile lekcja w szkole.



PODSUMOWUJĄCE karty pracy z rozszerzeniem 6 – 2.6, 3.6, 4.6, itd. to karty, które zawierają zadania również z poprzednich działów. Podczas pracy z tymi kartami cofamy się o 3 – 5 działów, np. w karcie pracy 8.6 oprócz zadań z działu 8 znajdziemy zadania z działów 4 – 7.



Oznaczenie to wskazuje zadania dodatkowe na końcu każdej karty pracy.



WERSJA ONLINE – Wszystkie karty pracy dostępne są w wersji online, gdzie zamieszczone są plansze interaktywne z rozwiązaniem każdego zadania „krok po kroku”. Karty w takiej wersji stanowią idealne narzędzie pracy dla nauczyciela w czasie lekcji, ale również mogą być wykorzystywane podczas samodzielnej nauki z książką.

Swój INDYWIDUALNY KOD DO WERSJI INTERAKTYWNEJ znajdziesz na końcu książki w kieszonce. Wejdź na stronę www.kartypracy.jakzdamaturezmatematyki.pl i aktywuj swój dostęp.



czerwiec 2016

Oznaczenie to wskazuje na zadanie pochodzące z danej matury CKE .

SPIS TREŚCI

Karty pracy — 32 gotowe lekcje!

	str.
1.3 LICZBY RZECZYWISTE	7
1.4 LICZBY RZECZYWISTE	10
2.4 WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE	13
2.5 WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE	15
2.6 PODSUMOWUJĄCA KARTA PRACY PO DWÓCH DZIAŁACH	17
3.4 FUNKCJE	19
3.5 FUNKCJE	21
3.6 PODSUMOWUJĄCA KARTA PRACY PO TRZECH DZIAŁACH	23
4.4 RÓWNANIA I NIERÓWNOŚCI	26
4.5 RÓWNANIA I NIERÓWNOŚCI	28
4.6 PODSUMOWUJĄCA KARTA PRACY PO CZTERECH DZIAŁACH	30
5.4 CIĄGI	32
5.5 CIĄGI	34
5.6 PODSUMOWUJĄCA KARTA PRACY PO PIĘCIU DZIAŁACH	36
6.4 TRYGNOMETRIA	39
6.5 TRYGNOMETRIA	42
6.6 PODSUMOWUJĄCA KARTA PRACY PO SZEŚCIU DZIAŁACH	45
7.4 PLANIMETRIA	47
7.5 PLANIMETRIA	50
7.6 PODSUMOWUJĄCA KARTA PRACY PO SIEDMIU DZIAŁACH	53
8.4 GEOMETRIA KARTEZJAŃSKA	55
8.5 GEOMETRIA KARTEZJAŃSKA	58
8.6 PODSUMOWUJĄCA KARTA PRACY PO OŚMIU DZIAŁACH	60
9.4 STEREOMETRIA	62
9.5 STEREOMETRIA	64
9.6 PODSUMOWUJĄCA KARTA PRACY PO DZIEWIĘCIU DZIAŁACH	66
10.4 STATYSTYKA, PRAWDOPODOBIENSTWO I KOMBINATORYKA	68
10.5 STATYSTYKA, PRAWDOPODOBIENSTWO I KOMBINATORYKA	70
10.6 PODSUMOWUJĄCA KARTA PRACY PO DZIESIĘCIU DZIAŁACH	73
11.4 RACHUNEK RÓŻNICZKOWY	75
11.5 RACHUNEK RÓŻNICZKOWY	78
11.6 PODSUMOWUJĄCA KARTA PRACY PO JEDENASTU DZIAŁACH	81
ODPOWIEDZI	83

ZADANIA OTWARTE

Rozwiązania do zadań 6-8 należy zapisać w wyznaczonym miejscu pod treścią zadań.

6. (0-2) Wykaż, że $\left(\frac{1}{9}\right)^{-2\log_3 2} + 4^{-\log_2 \frac{1}{5}} = 41$.



7. (0-3) Wykaż, że liczba $n^4 - n^3 + 2n^2 - 2n$ jest podzielna przez 3.




8. (0-4) Wykaż, że jeżeli dla liczb całkowitych a, b, c suma $a + b + c$ jest podzielna przez 6, to liczba $a^3 + b^3 + c^3$ jest również podzielna przez 6.



ZADANIE DODATKOWE



styczeń
2009

9.  (0-4) Porównaj liczby a^b i b^a , gdzie $a = [(2 - \sqrt{3})^{\frac{1}{2}} + (2 + \sqrt{3})^{\frac{1}{2}}]^2$, $b = \frac{81^{-1} \cdot \sqrt{3}}{27^{-2} \cdot \sqrt[4]{9}}$.



8. (0-4) Udowodnij, że dla każdej liczby całkowitej a liczba $a^2(a+1)(a+3)$ jest podzielna przez 4. 

ZADANIE DODATKOWE

9.  (0-1) Liczba $\sqrt{57 - 28\sqrt{2}}$ jest równa: 

A. $7 - 4\sqrt{2}$

B. $2 - 7\sqrt{2}$

C. $4 - 3\sqrt{2}$

D. $7 - 2\sqrt{2}$

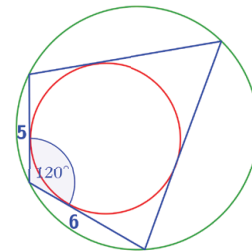
3. (0-4) Podstawy trapezu równoramiennego $ABCD$ mają długości $|AB| = 8$ i $|CD| = 6$ oraz wysokość równą 7. Oblicz promień okręgu opisanego na tym trapezie.



Grid area for solving problem 3.

POPRAWNA ODPOWIEDŹ


4. (0-5) Na okręgu opisano czworokąt, a na tym czworokącie opisano okrąg (zobacz rysunek). Oblicz długości pozostałych dwóch boków oraz pole tego czworokąta, wiedząc, że dwa sąsiednie boki mają długości 5 i 6, a kąt między nimi jest równy 120° .



Grid area for solving problem 4.

POPRAWNA ODPOWIEDŹ

ZADANIE DODATKOWE

5.  **(0-1)** W trapez prostokątny o ramionach równych 12 i 13 wpisano okrąg. Długości podstaw trapezu są równe:



A. 11 i 14

B. 10 i 15

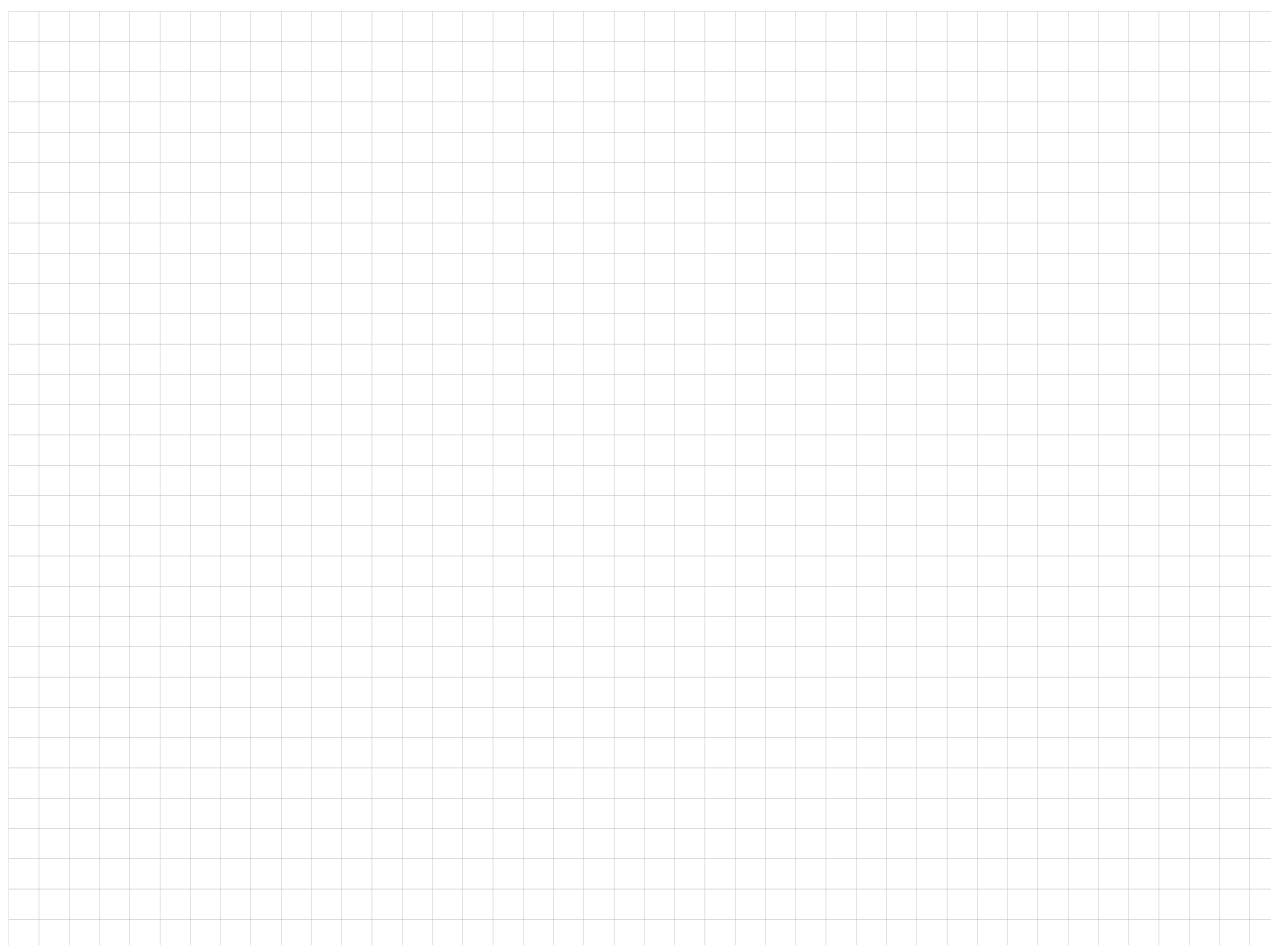
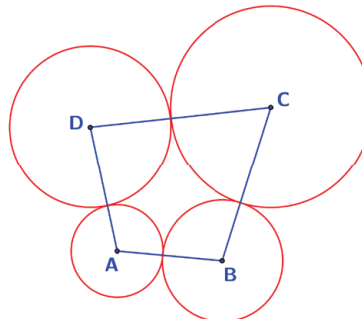
C. 12 i 13

D. 9 i 16

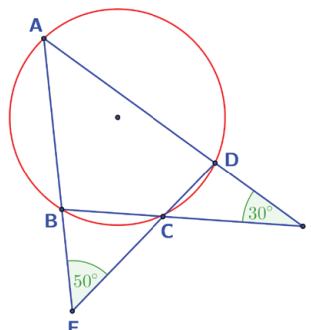
ZADANIA OTWARTE

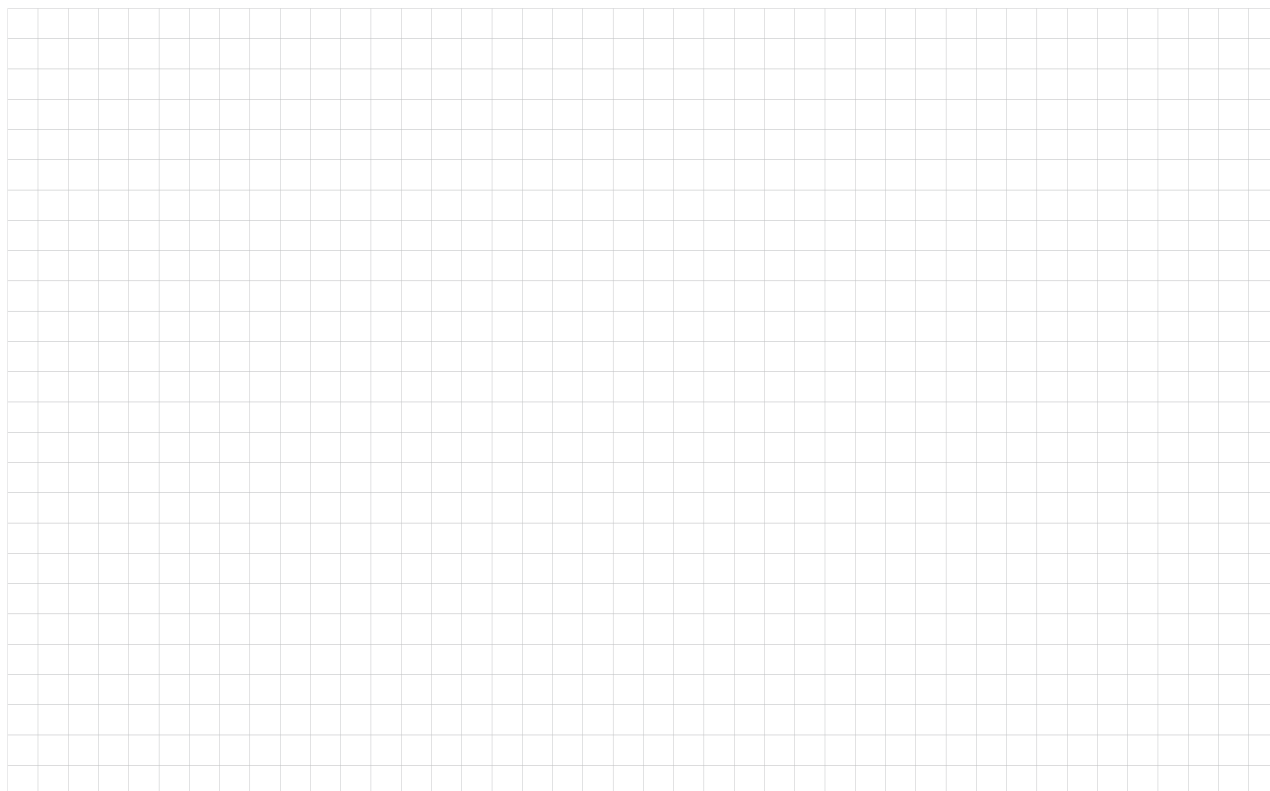
Rozwiązania do zadań 1-4 należy zapisać w wyznaczonym miejscu pod treścią zadań.

1. (0-2) Dane są cztery okręgi o różnych promieniach i środkach odpowiednio w punktach A , B , C i D . Każdy okrąg jest styczny do dwóch innych okręgów (zobacz rysunek). Wykaż, że w czworokąt $ABCD$ można wpisać okrąg.



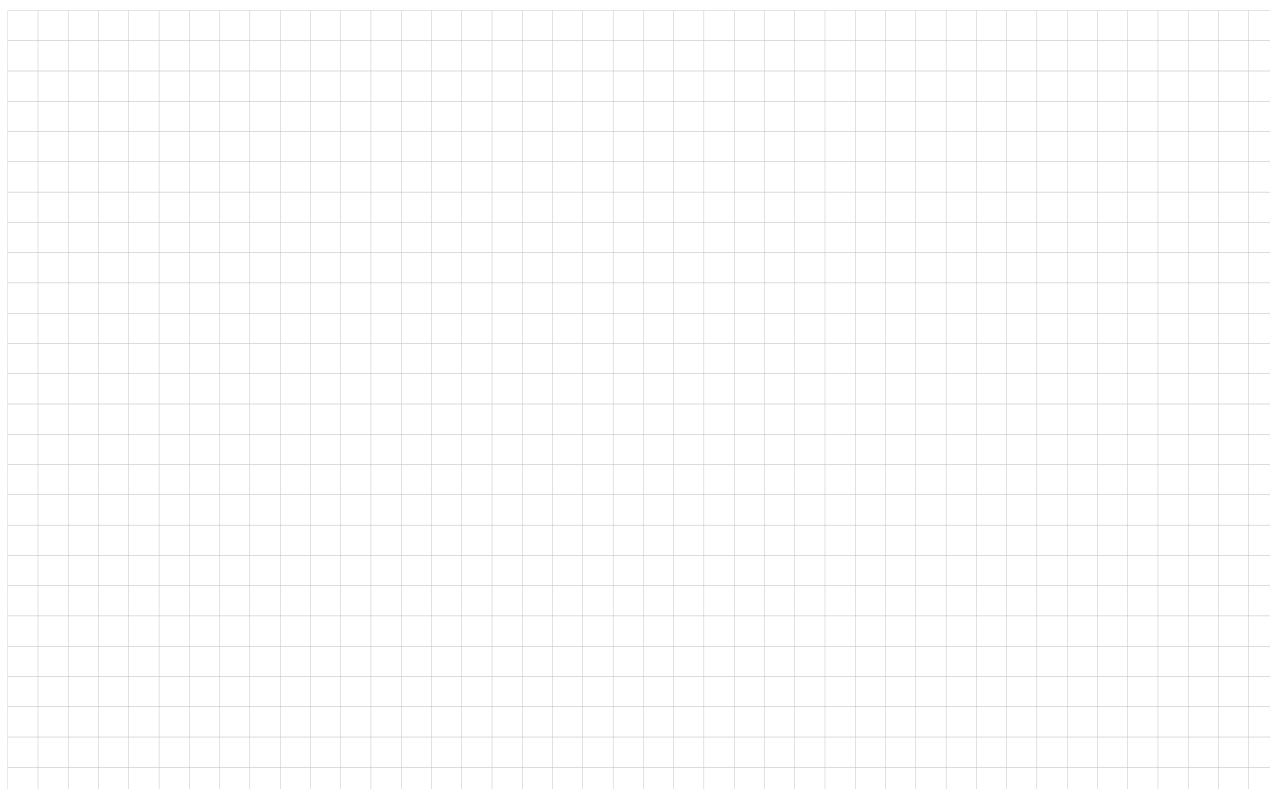
2. (0-2) Dany jest czworokąt $ABCD$ wpisany w okrąg, a przedłużenia jego boków przecinają się w punktach E i F (zobacz rysunek). Oblicz miary kątów tego czworokąta.





POPRAWNA ODPOWIEDŹ

- 3.** (0-5) Obwód trapezu równoramiennego opisanego na okręgu jest równy 20, a jego przekątna ma długość $\sqrt{41}$. Oblicz promień R okręgu opisanego na tym trapezie.



POPRAWNA ODPOWIEDŹ

maj
2019

4. (0-4) Punkt D leży na boku AB trójkąta ABC oraz $|AC| = 16$, $|AD| = 6$, $|CD| = 14$ i $|BC| = |BD|$.
Oblicz obwód trójkąta ABC .



POPRAWNA ODPOWIEDŹ

ZADANIE DODATKOWE

5.  (0-1) Promień okręgu wpisanego w trapez równoramienny o podstawach 2 i 8 jest równy:



A. 3


B. 4


C. 2

D. 6


ZADANIA OTWARTE

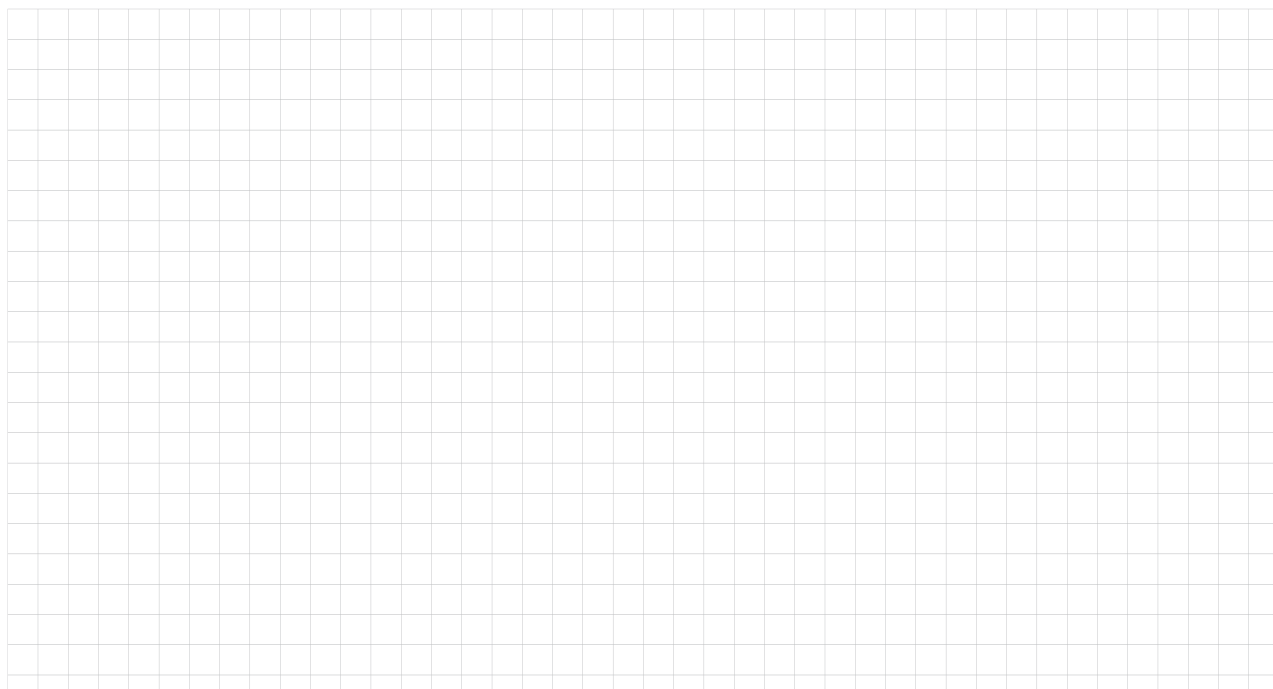
Rozwiązania do zadań 1-3 należy zapisać w wyznaczonym miejscu pod treścią zadań.

1. (0-4) Kąty trójkąta tworzą ciąg arytmetyczny, a długości boków tego trójkąta są trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego. Wyznacz wszystkie kąty tego trójkąta. 



POPRAWNA ODPOWIEDŹ

2. (0-5) Wiedząc, że $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{4}$, oblicz wartość wyrażenia $\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha$. 



POPRAWNA ODPOWIEDŹ



KARTA PRACY 1.1

1. C 2. D 3. B 4. A 5. A

6. Skorzystamy ze wzoru: $a^{\log_c b} = b^{\log_c a}$, zał. $c > 0, c \neq 1, a > 0, b > 0$

$$L = \left(\frac{1}{9}\right)^{-2 \log_3 2} + 4^{-\log_2 \frac{1}{5}} = 81^{\log_3 2} + \left(\frac{1}{4}\right)^{\log_2 \frac{1}{5}} = 2^{\log_3 81} + \left(\frac{1}{5}\right)^{\log_2 \frac{1}{4}} = 2^4 + \left(\frac{1}{5}\right)^{-2} = 16 + 25 = 41 = P$$

7. $n^4 - n^3 + 2n^2 - 2n = n^3(n-1) + 2n(n-1) = (n-1)(n^3 + 2n) = n(n-1)(n^2 + 2)$

$n = 3k, k \in \mathbb{C}$	$\rightarrow 3k(3k-1)[(3k)^2 + 2]$	więc liczba jest podzielna przez 3
$n = 3k + 1$	$\rightarrow (3k+1)(3k)[(3k+1)^2 + 2]$	więc liczba jest podzielna przez 3
$n = 3k + 2$	$\rightarrow (3k+2)(3k+1)[(3k+2)^2 + 2]$	więc liczba jest podzielna przez 3
	$9k^2 + 12k + 6 = 3(3k^2 + 4k + 2)$	

Dla każdego z przypadków któryś z czynników jest podzielny przez 3, więc liczba jest zawsze podzielna przez 3.

8. $a + b + c = 6k$ dla $k \in \mathbb{C}$

Iloczyn trzech kolejnych liczb całkowitych jest podzielny przez 6. Zapisujemy więc trzy liczby podzielne przez 6 w następujący sposób:

$$\begin{aligned} (a-1)a(a+1) &= a(a^2-1) = a^3 - a = 6l, \text{ gdzie } l \in \mathbb{C} \\ (b-1)b(b+1) &= b(b^2-1) = b^3 - b = 6m, \text{ gdzie } m \in \mathbb{C} \\ (c-1)c(c+1) &= c(c^2-1) = c^3 - c = 6n, \text{ gdzie } n \in \mathbb{C} \end{aligned}$$

Z otrzymanych równań wyznaczamy sześciiany: $a^3 = 6l + a, b^3 = 6m + b, c^3 = 6n + c$

Otrzymujemy więc:

$$a^3 + b^3 + c^3 = 6l + a + 6m + b + 6n + c = \underbrace{a+b+c}_{6k} + 6l + 6m + 6n = 6 \underbrace{(k+l+m+n)}_{\in \mathbb{C}}$$

Liczba jest więc podzielna przez 6.

9. $a^b > b^a$

KARTA PRACY 1.2

1. D 2. D 3. D 4. D 5. B

6. Skorzystamy ze wzoru: $a^{\log_c b} = b^{\log_c a}$, zał. $c > 0, c \neq 1, a > 0, b > 0$

$$L = 9^{\log_{\sqrt{3}} 4} \cdot 6^{\log_{\frac{1}{6}} 8} = 4^{\log_{\sqrt{3}} 9} \cdot 8^{\log_{\frac{1}{6}} 6} = 4^4 \cdot 8^{-1} = (2^2)^4 \cdot 2^{-3} = 2^8 \cdot 2^{-3} = 2^5 = P$$

7. $k^3 m - km^3 = k^3 m - km - km^3 + km = km(k^2 - 1) - km(m^2 - 1) =$
 $= \underbrace{m(k-1)k(k+1)}_{6n, n \in \mathbb{C}} - \underbrace{k(m-1)m(m+1)}_{6l, l \in \mathbb{C}} = 6mn - 6kl = 6(mn - kl)$

Liczba jest więc podzielna przez 6.



8. $a^2(a+1)(a+3)$

$$n = 4k, k \in \mathbb{C} \rightarrow (4k)^2(4k+1)(4k+3)$$

więc liczba jest podzielna przez 4

$$n = 4k+1 \rightarrow (4k+1)^2(4k+2)(4k+4)$$

więc liczba jest podzielna przez 4

$$n = 4k+2 \rightarrow \underbrace{(4k+2)^2}_{16k^2+16k+4}(4k+3)(4k+5)$$

więc liczba jest podzielna przez 4

$$16k^2 + 16k + 4 = 4(4k^2 + 4k + 1)$$

$$n = 4k+3 \rightarrow (4k+3)^2(4k+4)(4k+6)$$

więc liczba jest podzielna przez 4

Dla każdego z przypadków któryś z czynników jest podzielny przez 4, więc liczba jest zawsze podzielna przez 4.

9. D

KARTA PRACY 2.11. Z założeń: $a > 1, b \geq 1, a > b$ czyli $a - b > 0$

$$\frac{a}{2+a^3} < \frac{b}{2+b^3} \quad | \cdot (2+a^3)(2+b^3)$$

$$a(2+b^3) < b(2+a^3)$$

$$2a + ab^3 < 2b + a^3b$$

$$a^3b - ab^3 - 2a + 2b > 0$$

$$ab(a^2 - b^2) - 2(a - b) > 0$$

$$ab(a-b)(a+b) - 2(a-b) > 0 \quad | : (a-b)$$

$$ab(a+b) - 2 > 0$$

$$\underbrace{ab(a+b)}_{>2} > 2$$

$$\underbrace{\begin{matrix} >1 & >2 \\ & & >2 \end{matrix}}_{>2}$$

Otrzymaliśmy iloczyn, którego wartość jest większa od 2, więc nierówność jest prawdziwa.

2. Skorzystamy z zależności między średnią kwadratową i arytmetyczną dla dwóch liczb dodatnich:

$$\frac{a+b}{2} \leq \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} \text{ dla } a > 0 \text{ i } b > 0.$$

Przekształcamy warunek:

$$x^2 + y^2 = 2 \quad | : 2$$

$$\frac{x^2 + y^2}{2} = 1$$

$$L = x + y = 2 \cdot \frac{x+y}{2} \leq 2 \cdot \underbrace{\sqrt{\frac{x^2+y^2}{2}}}_1 \leq 2 = P$$

Nierówność $x + y \leq 2$ jest więc prawdziwa.

3. $a = 2$

$$b = -12$$

$$c = 22$$

$$d = -12$$

4. $a = -5, b = -6, x_1 = 2, x_2 = -3$

5. B



KARTA PRACY 11.2

1. B 2. A 3. D

4. $b = 2019$

5. $y = -27x - 81$

6. $p = 6\sqrt{3} [j^2], a = 2$

7. 1

KARTA PRACY 11.3

1. Z sumy kątów w czworokącie ABCD:

$$2\alpha + 2\gamma + \beta + \delta = 360^\circ \Rightarrow 2\alpha + 2\gamma = 360^\circ - \beta - \delta$$

Z sumy kątów w czworokącie ABCE:

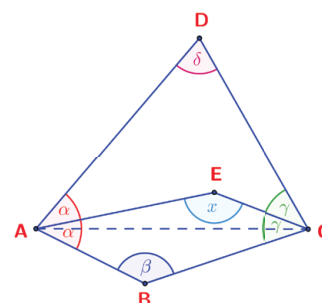
$$\alpha + \gamma + \beta + x = 360^\circ \quad | \cdot 2$$

$$2\alpha + 2\gamma + 2\beta + 2x = 720^\circ$$

$$360^\circ - \beta - \delta + 2\beta + 2x = 720^\circ$$

$$\beta - \delta + 2x = 360^\circ$$

więc $|\sphericalangle ABC| - |\sphericalangle ADC| + 2 \cdot |\sphericalangle AEC| = 360^\circ$



2. $V = 72 [j^3]$

3. $C(2\sqrt{2}; \sqrt{2})$

4. $x_1 = \frac{\pi}{6}, x_2 = \frac{3}{2}\pi$

KONTYNUUJ NAUKĘ DO MATURY Z KOLEJNYMI KARTAMI PRACY



„KARTY PRACY Z MATEMATYKI.
30 gotowych lekcji powtórzeniowych
do matury na poziomie podstawowym”.

„KARTY PRACY Z MATEMATYKI.
32 gotowe lekcje powtórzeniowe
do matury na poziomie rozszerzonym cz.1”.

- ✓ WERSJA ONLINE – Wszystkie karty pracy dostępne są w wersji online, gdzie zamieszczono są plansze interaktywne z rozwiązaniem każdego zadania „krok po kroku”. Karty w takiej wersji stanowią idealne narzędzie pracy dla nauczyciela w czasie lekcji, ale również mogą być wykorzystywane podczas samodzielnej nauki z książką.
- ✓ 318 zadań powtórzeniowych do matury na poziomie podstawowym oraz 194 zadania powtórzeniowe na poziomie rozszerzonym ułożone działami.
- ✓ PODOBNE KARTY PRACY – po dwie karty pracy z zadaniami podobnymi, by utrwalać sposób rozwiązywania zadań danego typu.
- ✓ PODSUMOWUJĄCE KARTY PRACY – z zadaniami z poprzednich działów.
- ✓ Zadania dodatkowe do każdej karty pracy.

DLA MATURZYSTÓW POLECAMY POZOSTAŁE KSIĄŻKI Z SERII „JAK ZDAĆ MATURE Z MATEMATYKI” AUTORSTWA DARIUSZA KULMY — NAUCZYCIELA ROKU 2008



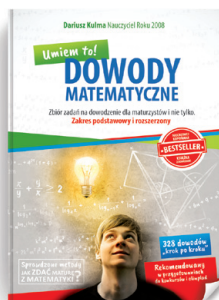
Seria „Jak zdać maturę z matematyki” to m.in. REPETYTORIA:

- ✓ Wszystkie najważniejsze zagadnienia do NOWEJ MATUREY — wzory, definicje, twierdzenia z przykładami opracowane według aktualnej podstawy programowej.
- ✓ Łącznie 1388 ZADAŃ — 678 zadań na poziomie podstawowym oraz 710 zadań na poziomie rozszerzonym (w tym zadania na dowodzenie i wykazywanie).
- ✓ Rozwiązania „krok po kroku”, wskazówki i komentarze — które wytłumaczą Ci każde zadanie jak najlepszy korepetytor.
- ✓ Podsumowania — które systematycznie porządkują Twoją wiedzę, również w wersji on-line (NOWOŚĆ).



ARKUSZE MATURALNE NA POZIOBIE PODSTAWOWYM I ROZSZERZONYM

- ✓ ARKUSZE MATURALNE — opracowane na podstawie oficjalnych arkuszy Centralnej Komisji Egzaminacyjnej.
- ✓ Łącznie 535 ZADAŃ z aktualnej podstawy programowej — 364 zadania na poziomie podstawowym oraz 171 zadania na poziomie rozszerzonym.
- ✓ Odpowiedzi do wszystkich zadań.
- ✓ Pełne rozwiązania do zadań sprawiających maturzystom najwięcej trudności, np. dowodów.



„DOWODY MATEMATYCZNE — UMIEM TO!” Zbiór zadań na dowodzenie dla maturzystów i nie tylko”.

- ✓ 328 DOWODÓW — na poziomie podstawowym i rozszerzonym.
- ✓ Rozwiązania „krok po kroku” do wszystkich zadań.
- ✓ Rekomendowana w przygotowaniach do konkursów i olimpiad matematycznych.
- ✓ Każde zadanie oznaczone poziomem trudności.
- ✓ Wskazówki do zadań do samodzielnego wykonania.



„101 ZADAŃ DLA AMBITNYCH MATURZYSTÓW.” Zbiór zadań trudnych, ciekawych i nietypowych z matematyki na poziomie rozszerzonym”.

- ✓ Zawiera "zadania multidziałowe", czyli takie, które zawierają zagadnienia z wielu działów — nawet z czterech czy pięciu.
- ✓ Wskazówki do wszystkich zadań wraz z pełnymi rozwiązaniami „krok po kroku”.
- ✓ Twierdzenia i wzory, których nie ma w podstawie programowej, a dzięki którym można rozwiązać zadanie szybciej!

KARTY PRACY Z MATEMATYKI

32 GOTOWE LEKCJE POWTÓRZENIOWE DO MATURY NA POZIOMIE ROZSZERZONYM

Dariusz Kulma to nauczyciel z ponad 20-letnim stażem, wielokrotnie wyróżniany za swoje osiągnięcia, w tym m.in. nagrodą Ministra Edukacji Narodowej II stopnia oraz tytułem Nauczyciela Roku 2008 w ogólnopolskim konkursie organizowanym pod patronatem Ministerstwa Edukacji Narodowej i "Głosu Nauczycielskiego".



W uznaniu za wyjątkowe podejście do matematyki i umiejętność zarażania pasją uczniów!



Jest autorem serii książek dla maturzystów oraz kilkunastu zbiorów z zadaniami konkursowymi. Jest twórcą wielu projektów edukacyjnych, w tym m.in. „Matematyki Innego Wymiaru”, „Matematycznych Mistrzostw Polski Dzieci i Młodzieży” czy „E-laboratorium matematycznego”. W ramach projektu „Jak zdać maturę z matematyki?” prowadzi warsztaty motywacyjne dla maturzystów, wspierając młodzież w przygotowaniach maturalnych. Jest również szkoleniowcem i wykładawcą podczas wielu konferencji dla nauczycieli matematyki w Polsce.

CZYM WYRÓŻNIA SIĘ TA KSIĄŻKA?

„Karty Pracy z matematyki” to pierwsza taka seria książek, która zawiera pełne rozwiązania wszystkich zadań „krok po kroku” w wersji interaktywnej. To e-książki, dzięki którym możesz się uczyć na tablecie, a nawet telefonie – w każdym miejscu, gdzie jesteś. Dodatkowym atutem każdej z tych książek jest cykliczne powtarzanie tych samych zagadnień, abyś nie zapomniał już raz powtórzonych treści. Wejdź na stronę www.kartypracy.jakzdacmaturezmatematyki.pl i aktywuj swój dostęp, korzystając z indywidualnego kodu, który znajdziesz na końcu książki.



Wersja on-line na stronie www.kartypracy.jakzdacmaturezmatematyki.pl



32 gotowe lekcje do matury

169

Pełne rozwiązania w wersji interaktywnej



Podsumowujące karty pracy

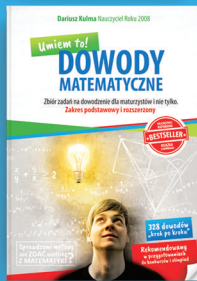


Zadania dodatkowe do każdej karty pracy



Zawiera zadania łatwiejsze w stosunku do cz. 2

Sprawdź inne książki oraz materiały on-line na naszej stronie



Zamówienia:
@ elitmat@elitmat.pl
51-77777-51
www.jakzdacmaturezmatematyki.pl

Karty pracy są ściśle powiązane z książkami z serii „Jak zdać maturę z matematyki?”

Zobacz również pozostałe książki z serii „Karty Pracy”