DARIUSZ KULMA — Nauczyciel Roku 2008

KARTY PRACY Z MATEMATYKI

34 GOTOWE LEKCJE POWTÓRZENIOWE DO MATURY NA POZIOMIE PODSTAWOWYM

NOWE WYDANIE
także do matury 2023

Najlepsza powtórka przed maturą 2022 2023 2024

JAK ZDAĆ MATURĘ Z MATEMATYKI?

12 +2
liczba punktów

45 minut
czas pracy

2022 i 2023

KARTA PRACY
LICZBY RZECZYWISTE
1.1

ZADANIA ZAMKNIĘTE
W zadaniach 1-10 wybierz i zaznacz poprawną odpowiedź.

1. (0-1) Iloraz $\dfrac{\sqrt[3]{28}+4}{\sqrt[3]{13}-9}$ jest równy:

A. 2
B. $\sqrt[3]{2}$
C. $\sqrt[3]{28}$
D. 8

2. (0-1) Liczby a i b są dodatnie oraz 32% liczby a jest równe 20% liczby b. Stąd wynika, że a jest równe:

A. $6,25\%$ liczby b
B. 160% liczby b
C. $62,5\%$ liczby b
D. 16% liczby b

3. (0-1) Liczba $8^{-5}\cdot 4^{7}$ jest równa:

A. $\frac{1}{4}$
B. $\frac{1}{2}$
C. $\frac{1}{8}$
D. 2^{-4}

czerwiec 2016

4. (0-1) Liczba $\sqrt[3]{3\sqrt{3}}$ jest równa:

A. $\sqrt[6]{3}$
B. $\sqrt[4]{3}$
C. $\sqrt[3]{3}$
D. $\sqrt{3}$

5. (0-1) Wartość wyrażenia $\dfrac{\sqrt[6]{64}\cdot 4^{-1}}{8}\cdot 2^{3}$ jest równa:

A. -2
B. $\frac{1}{4}$
C. $\frac{1}{2}$
D. $-\frac{1}{2}$

sierpień 2017

6. (0-1) Wartość wyrażenia $\log_4 8 + 5\log_4 2$ jest równa:

A. 2 B. 4 C. $2 + \log_4 5$ D. $1 + \log_4 10$

7. (0-1) Liczba $\left(\frac{27}{64}\right)^{\frac{2}{3}}$ jest równa:

A. $\frac{3}{4}$ B. $\left(\frac{3}{4}\right)^3$ C. $\frac{3}{8}$ D. $\frac{9}{16}$

czerwiec 2018

8. (0-1) Dane są liczby $a = \log_{\frac{1}{2}} 8$, $b = \log_4 8$, $c = \log_4 \frac{1}{2}$. Liczby te spełniają warunek:

A. $a > b > c$ B. $b > a > c$ C. $c > b > a$ D. $b > c > a$

9. (0-1) Liczba $(\sqrt[4]{9} \cdot 27)^4$ jest równa:

A. 3^{13} B. 27^5 C. 9^6 D. 3^{14}

10. (0-1) Liczba $\frac{(3^2)^5 \cdot 2^{10}}{(6^{2,5})^4}$ jest równa:

A. 1 B. 2 C. 6 D. 2^{10}

ZADANIA OTWARTE

Rozwiązanie do zadania 11 należy zapisać w wyznaczonym miejscu pod treścią zadania.

11. (0-2) W poniedziałek cenę pewnego towaru zwiększono o 10%, w środę zmniejszono o 20%, a w piątek zmniejszono jeszcze o 30%. Oblicz początkową cenę towaru, jeśli ostatecznie po tych zmianach wynosiła 1232 zł.

POPRAWNA ODPOWIEDŹ

ZADANIE DODATKOWE

czerwiec 2017

12. (0-2) Wykaż, że prawdziwa jest nierówność $(1,5)^{100} < 6^{25}$.

LICZBY RZECZYWISTE

2022 i 2023

45 minut czas pracy

12 +1 liczba punktów

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach 1-10 wybierz i zaznacz poprawną odpowiedź.

1. (0-1) Iloczyn $\sqrt{2\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{25\frac{3}{5}}$ jest równy:

A. 64 B. $(-2)^3$ C. 16 D. 8

maj 2016

2. (0-1) Liczby a i c są dodatnie. Liczba b stanowi 48% liczby a oraz 32% liczby c. Wynika stąd, że:

A. $c = 1,5a$ B. $c = 1,6a$ C. $c = 0,8a$ D. $c = 0,16a$

3. (0-1) Liczba $32^{-3} \cdot 16^3$ jest równa:

A. $\frac{1}{8}$ B. 2^{-2} C. 4 D. 512^{-1}

sierpień 2018

4. (0-1) Liczba $\sqrt{\sqrt[3]{2}}$ jest równa:

A. $2^{\frac{1}{6}}$ B. $2^{\frac{1}{5}}$ C. $2^{\frac{1}{3}}$ D. $2^{\frac{2}{3}}$

czerwiec 2015

5. (0-1) Wartość wyrażenia $\frac{\sqrt[5]{-32} \cdot 2^{-1}}{4} \cdot 2^2$ jest równa:

A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. -1

maj 2018

6. (0-1) Liczba $2\log_3 6 - \log_3 4$ jest równa:

A. 4 B. 2 C. $2\log_3 2$ D. $\log_3 8$

7. (0-1) Liczba $27^{\frac{4}{3}}$ jest równa:

A. 27 B. 9 C. 81 D. 243

8. (0-1) Liczba $\log_{25} 125$ jest równa:

A. 6 B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $-\frac{2}{3}$

czerwiec 2013

9. (0-1) Liczba $(\sqrt[3]{16} \cdot 4^{-2})^3$ jest równa:

A. 4^4 B. 4^{-4} C. 4^{-8} D. 4^{-12}

10. (0-1) Liczba $\frac{(2^4)^2 \cdot 6^8}{(4^2)^4}$ jest równa:

A. 4^6 B. 3^8 C. 12^4 D. 3^6

ZADANIA OTWARTE

Rozwiązanie do zadania 11 należy zapisać w wyznaczonym miejscu pod treścią zadania.

11. (0-2) Sprzedawca podniósł cenę pewnego towaru o 20%. Kolejnego dnia jednak obniżył cenę tego towaru o 10%, a jeszcze następnego dnia o kolejne 10%. Oblicz początkową cenę towaru, jeśli ostatecznie po tych zmianach cena wynosiła 1458 zł.

POPRAWNA ODPOWIEDŹ

ZADANIE DODATKOWE

12. (0-1) Liczba $\log_2 \frac{1}{\sqrt{8}}$ jest równa:

A. $-\frac{3}{2}$
B. $\frac{3}{2}$
C. $-\frac{2}{3}$
D. $\frac{2}{3}$

ZADANIA ZAMKNIĘTE

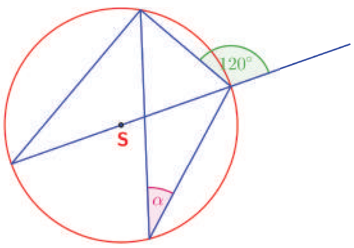
W zadaniach 1-9 wybierz i zaznacz poprawną odpowiedź.

1. (0-1) W koło o polu 128π wpisano kwadrat. Pole tego kwadratu wynosi:

A. 256 B. 128 C. 16 D. 64

2. (0-1) Punkt S jest środkiem okręgu. Kąt α zaznaczony na rysunku ma miarę:

A. 60° B. 45°
C. 30° D. 15°



czerwiec 2018

3. (0-1) Miary kątów pewnego czworokąta pozostają w stosunku $2:3:3:4$. Wynika stąd, że najmniejszy kąt tego czworokąta ma miarę:

A. 60° B. 50° C. 40° D. 30°

4. (0-1) Pole trójkąta o bokach długości 6 oraz 12 i kącie między nimi o mierze 120° jest równe:

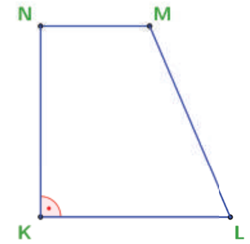
A. $18\sqrt{2}$ B. 9 C. $18\sqrt{3}$ D. 18

5. (0-1) Podstawa trójkąta równoramiennego ma długość 12, a ramię ma długość 10. Pole tego trójkąta wynosi:

A. 10 B. 96 C. 48 D. 24

czerwiec 2014

6. (0-1) W trapezie $KLMN$, w którym $KL \parallel MN$, kąt LKN jest prosty (zobacz rysunek) oraz dane są: $|MN| = 3$, $|KN| = 4\sqrt{3}$, $|\sphericalangle KLM| = 60^\circ$.
Pole tego trapezu jest równe:



A. $4 + 2\sqrt{3}$ B. $10\sqrt{3}$
C. $20\sqrt{3}$ D. $24 + 6\sqrt{3}$

7. (0-1) Dany jest trójkąt o bokach długości $\frac{5}{2}, \frac{7}{4}, \frac{11}{8}$. Trójkątem podobnym do tego trójkąta jest trójkąt, którego boki mają długości:

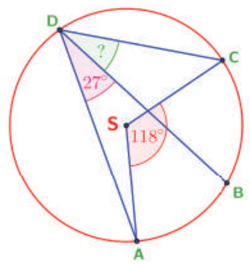
A. $20, 14, 11$ B. $5, 7, 11$ C. $\sqrt{5}, \sqrt{7}, \sqrt{11}$ D. $10, 7, 11$

8. (0-1) Dany jest trójkąt prostokątny o przyprostokątnych 12 i 16. Długość najkrótszej wysokości tego trójkąta jest równa:

A. 10 B. 8 C. $9,6$ D. 12

maj 2016

9. (0-1) Punkty $ABCD$ leżą na okręgu o środku S (zobacz rysunek). Miara kąta BDC jest równa:



A. 91° B. $72,5^\circ$
C. 18° D. 32°

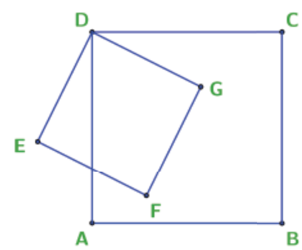
ZADANIA OTWARTE

Rozwiązania do zadań 10-11 należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

10. (0-2) Pole rombu wynosi 120, a jedna z przekątnych ma długość 10. Oblicz obwód tego rombu.

POPRAWNA ODPOWIEDŹ

11. (0-2) Dane są dwa różne kwadraty *ABCD* oraz *DEFG* o wspólnym wierzchołku *D* (zobacz rysunek). Wykaż, że $|AE| = |GC|$.



ZADANIE DODATKOWE

sierpień 2018

12. (0-1) Różnica miar dwóch sąsiednich kątów wewnętrznych równoległoboku jest równa 80°. Kąt rozwarty tego równoległoboku ma miarę:

A. 120° **B.** 125° **C.** 130° **D.** 135°

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach 1-10 wybierz i zaznacz poprawną odpowiedź.

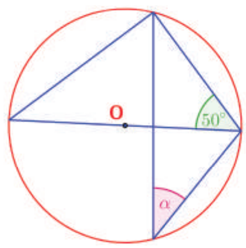
1. (0-1) Pole kwadratu wpisanego w okrąg o promieniu 5 jest równe:

A. 25 B. 50 C. 20 D. $20\sqrt{2}$

sierpień 2015

2. (0-1) W okręgu o środku O dany jest kąt o mierze 50°, zaznaczony na rysunku. Miara kąta oznaczonego na rysunku literą α jest równa:

A. 40° B. 50°
C. 20° D. 25°



czerwiec 2015

3. (0-1) Miary kątów wewnętrznych pewnego trójkąta pozostają w stosunku $3 : 4 : 5$. Najmniejszy kąt wewnętrzny tego trójkąta ma miarę:

A. 45° B. 90° C. 75° D. 60°

czerwiec 2016

4. (0-1) Każde z ramion trójkąta równoramiennego ma długość 20. Kąt zawarty między ramionami tego trójkąta ma miarę 150°. Pole tego trójkąta jest równe:

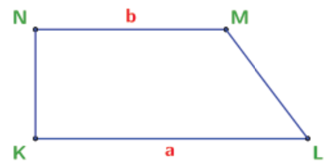
A. 100 B. 200 C. $100\sqrt{3}$ D. $100\sqrt{2}$

5. (0-1) Podstawa trójkąta równoramiennego ma długość 14, a ramię ma długość 25. Pole tego trójkąta wynosi:

A. 175 B. 124 C. 186 D. 168

maj 2018

6. (0-1) Dany jest trapez prostokątny $KLMN$, którego podstawy mają długości $|KL| = a$, $|MN| = b$, $a > b$. Kąt KLM ma miarę 60°. Długość ramienia LM tego trapezu jest równa:



A. $a - b$
B. $2(a - b)$
C. $a + \frac{1}{2}b$
D. $\frac{a+b}{2}$

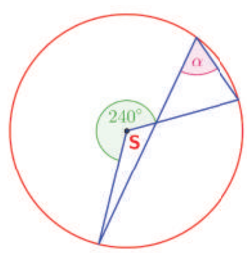
7. (0-1) Dany jest trójkąt o bokach długości: $2\sqrt{3}, 3\sqrt{3}, 4\sqrt{3}$. Trójkątem podobnym do tego trójkąta jest trójkąt, którego boki mają długości:

A. 10, 15, 20
B. 20, 45, 80
C. $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}$
D. $\sqrt{5}, 2\sqrt{5}, 3\sqrt{5}$

8. (0-1) Dany jest trójkąt prostokątny o przyprostokątnych 8 i 15. Długość najkrótszej wysokości tego trójkąta jest równa:

A. 8
B. 17
C. $\frac{60}{17}$
D. $7\frac{1}{17}$

9. (0-1) Punkt S jest środkiem okręgu. Kąt α zaznaczony na rysunku ma miarę:



A. 120°
B. 60°
C. 240°
D. 80°

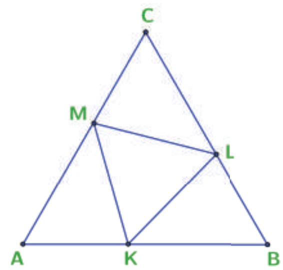
10. (0-1) Obwód rombu wynosi 20, a jedna z przekątnych ma długość 6. Pole tego rombu jest równe:

A. 12
B. 24
C. 36
D. 48

ZADANIE OTWARTE

Rozwiązanie do zadania 11 należy zapisać w wyznaczonym miejscu pod treścią zadania.

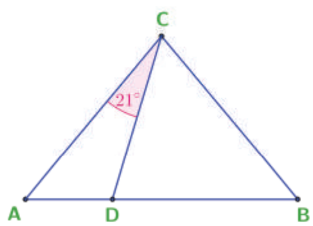
11. (0-2) Na bokach trójkąta równobocznego ABC leżą punkty K, L, M w taki sposób, że punkt K leży na boku AB, punkt L leży na boku BC, a punkt M leży na boku AC oraz zachodzi równość $|AK| = |BL| = |CM|$ (zobacz rysunek). Wykaż, że trójkąt KLM jest równoboczny.



ZADANIE DODATKOWE

czerwiec 2015

12. (0-1) W trójkącie ABC, w którym $|AC| = |BC|$, na boku AB wybrano punkt D taki, że $|BD| = |CD|$ oraz $|\sphericalangle ACD| = 21^\circ$ (zobacz rysunek). Wynika stąd, że kąt BCD ma miarę:



A. 57°

B. 53°

C. 51°

D. 55°

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach 1-5 wybierz i zaznacz poprawną odpowiedź.

sierpień 2011

1. (0-1) Funkcja liniowa $f(x)=(m-2)x-11$ jest rosnąca dla:

A. $m>2$ B. $m>0$ C. $m<13$ D. $m<11$

2. (0-1) Funkcja liniowa $y=-3x-2$:

A. jest rosnąca i jej wykres przechodzi przez punkt $(0;2)$
B. jest malejąca i jej wykres przechodzi przez punkt $(0;-2)$
C. jest rosnąca i jej wykres przechodzi przez punkt $(0;-2)$
D. jest malejąca i jej wykres przechodzi przez punkt $(0;2)$

3. (0-1) W ciągu arytmetycznym (a_n), określonym dla $n\geq 1$, dane są: $a_4=16$, $a_7=25$. Wtedy:

A. $a_1=10$ B. $a_1=7$ C. $a_1=13$ D. $a_1=16$

czerwiec 2012

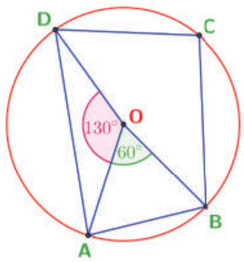
4. (0-1) Jeden kąt trójkąta ma miarę 54°. Z pozostałych dwóch kątów tego trójkąta jeden jest 6 razy większy od drugiego. Miary pozostałych kątów są równe:

A. 21° i 105° B. 11° i 66° C. 18° i 108° D. 16° i 96°

czerwiec 2012

5. (0-1) Punkt *O* jest środkiem okręgu.
Kąt wpisany *BAD* ma miarę:

A. 150°
B. 120°
C. 115°
D. 85°



ZADANIA OTWARTE

Rozwiązania do zadań 6-9 należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadań.

maj 2015

6. (0-2) Oblicz najmniejszą i największą wartość funkcji kwadratowej $f(x) = x^2 - 6x + 3$ w przedziale $\langle 0; 4 \rangle$.

POPRAWNA ODPOWIEDŹ

7. (0-2) Kąt α jest ostry i $\operatorname{tg} \alpha = 3$. Oblicz $\frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}$.

POPRAWNA ODPOWIEDŹ

8. (0-2) Pole sześciokąta foremnego wynosi $24\sqrt{3}\ \text{cm}^2$. Oblicz promień okręgu opisanego na tym sześciokącie.

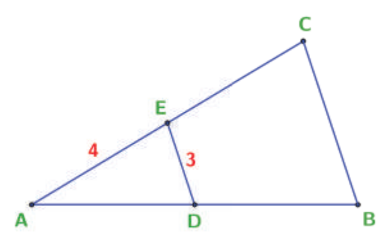
POPRAWNA ODPOWIEDŹ

9. (0-2) Z dwóch sąsiednich wierzchołków równoległoboku poprowadzono dwusieczne kątów. Wykaż, że dwusieczne te są prostopadłe.

ZADANIE DODATKOWE

sierpień 2014

10. (0-1) Odcinki BC i DE są równoległe i $|AE| = 4$, $|DE| = 3$ (zobacz rysunek). Punkt D jest środkiem odcinka AB. Długość odcinka BC jest równa:



A. 4 B. 6 C. 8 D. 16

KARTY PRACY
Z MATEMATYKI

Z ZADANIAMI DOTYCZĄCYMI ZAGADNIEŃ OBOWIĄZUJĄCYCH NA MATURZE OD ROKU 2023

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach 1-8 wybierz i zaznacz poprawną odpowiedź.

1. (0-1) Rozwiązaniem równania $|2x-11|=17$ są liczby:

A. 3 i 14 B. -3 i -14 C. -14 i 3 D. -3 i 14

2. (0-1) Rozwiązaniem nierówności $|x-2|\leq 4$ jest przedział:

A. $\langle -6;-2\rangle$ B. $\langle -2;6\rangle$ C. $\langle -6;2\rangle$ D. $\langle -4;4\rangle$

3. (0-1) Wyrażenie $27x^3-1000$ jest równe:

A. $(3x+10)(9x^2-100)$
B. $(3x-10)(9x^2+30x+100)$
C. $(3x-10)(9x^2+60x+100)$
D. $(3x-10)(9x^2+100)$

4. (0-1) Wielomian $W(x)=x^3-9x^2+mx-15$ jest podzielny przez dwumian $x-3$, gdy:

A. $m=-3$ B. $m=3$ C. $m=23$ D. $m=38$

5. (0-1) Równanie $x^3+5x^2-4x-20=0$:

A. ma trzy rozwiązania, B. ma dwa rozwiązania, C. ma jedno rozwiązanie, D. nie ma rozwiązań.

6. (0-1) Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem rekurencyjnym: $\begin{cases} a_1 = -5 \\ a_{n+1} = a_n + (-1)^n \end{cases}$.
Czwarty wyraz ciągu jest równy:

A. -7 B. -4 C. -6 D. -5

7. (0-1) Środkiem S okręgu o równaniu $(x-2)^2+(y+1)^2=5$ jest punkt o współrzędnych:

A. $(2;1)$ B. $(-2;1)$ C. $(2;-1)$ D. $(-2;-1)$

8. (0-1) Kąt między ramionami trójkąta o długościach 4 i 6 ma miarę 60°. Trzeci bok tego trójkąta ma długość:

A. $2\sqrt{19}$ B. 8 C. $2\sqrt{7}$ D. $7\sqrt{2}$

ZADANIA OTWARTE

Rozwiązanie do zadania 9 należy zapisać w wyznaczonym miejscu pod treścią zadania.

9. (0-4) Rozważmy te graniastosłupy prawidłowe sześciokątne, w których suma długości wszystkich krawędzi jest równa 96. Oblicz długość krawędzi a podstawy i wysokość h graniastosłupa, który spełnia powyższe warunki i ma największe pole powierzchni bocznej.

POPRAWNA ODPOWIEDŹ

ZADANIE DODATKOWE

10. (0-1) Odległość między środkami okręgów o wzorach $(x-2)^2+(y+3)^2=16$ i $(x+1)^2+(y-2)^2=25$ jest liczbą:

A. parzystą, **B.** nieparzystą, **C.** niewymierną, **D.** całkowitą ujemną.

POPRAWNA ODPOWIEDŹ

KARTA PRACY 1.1

1. A **2.** C **3.** B **4.** D **5.** C **6.** B **7.** D
8. D **9.** D **10.** A

11. Cena początkowa towaru wynosiła 2000 zł.

12. $(1,5)^{100}=(1,5^4)^{25}=5,0625^{25}<6^{25}$

KARTA PRACY 1.2

1. D **2.** A **3.** A **4.** A **5.** D **6.** B **7.** C
8. C **9.** B **10.** B

11. Cena początkowa towaru wynosiła 1500 zł.

12. A

KARTA PRACY 2.1

1. D **2.** D **3.** A **4.** D

5. $5^{102}(5^2+3\cdot5-7)=5^{102}(25+15-7)=33\cdot\underbrace{5^{102}}_{k\in\mathbb{C}}=33k$, więc liczba jest podzielna przez 33

6. n - I liczba całkowita
$n+1$ - II liczba całkowita
$n+2$ - III liczba całkowita
$n+3$ - IV liczba całkowita

$(n+n+1+n+2+n+3)^2=(4n+6)^2=$
$=16n^2+48n+36=16n^2+48n+32+4=$
$=16\underbrace{(n^2+3n+2)}_{k\in\mathbb{C}}+4=16k+4$

Otrzymaliśmy liczbę, która przy dzieleniu przez 16 daje resztę 4.

7.
$$\frac{1}{2a}+\frac{1}{2b}\geq\frac{2}{a+b}\qquad |\cdot 2ab(a+b)$$
$$b(a+b)+a(a+b)\geq 4ab$$
$$ab+b^2+a^2+ab-4ab\geq 0$$
$$a^2-2ab+b^2\geq 0$$
$$(a-b)^2\geq 0$$

Otrzymaliśmy wyrażenie nieujemne, więc nierówność jest prawdziwa.

8.
$$10x^2-12xy+7y^2\geq 0$$
$$x^2+\underbrace{9x^2-12xy+4y^2}+3y^2\geq 0$$
$$\underbrace{x^2}_{\geq 0}+\underbrace{(3x-2y)^2}_{\geq 0}+\underbrace{3y^2}_{\geq 0}\geq 0$$

Otrzymaliśmy sumę wyrażeń nieujemnych, więc nierówność jest prawdziwa.

9. $3^n+3^{n+1}+3^{n+2}+3^{n+3}=$
$=3^n(1+3+3^2+3^3)=3^n(1+3+9+27)=$
$=40\cdot3^n=40\cdot3\cdot3^{n-1}=120\cdot\underbrace{3^{n-1}}_{k\in\mathbb{C}}=120k,$

więc liczba jest podzielna przez 120

KARTA PRACY 2.2

1. D **2.** A **3.** D **4.** A

5. $4^{2017}+4^{2018}+4^{2019}+4^{2020}=4^{2017}(1+4+4^2+4^3)=4^{2017}(1+4+16+64)=$
$=85\cdot 4^{2017}=17\cdot\underbrace{5\cdot 4^{2017}}_{k\in\mathbb{C}}=17k,$

więc liczba jest podzielna przez 17

6. $2n$ - I liczba parzysta
$2n+2$ - II liczba parzysta,
gdzie $n\in\mathbb{C}$

$(2n)^2+(2n+2)^2=4n^2+4n^2+8n+4=$
$=8n^2+8n+4=$
$=8\underbrace{(n^2+n)}_{k\in\mathbb{C}}+4=8k+4$

Otrzymaliśmy liczbę, która przy dzieleniu przez 8 daje resztę 4.

7.
$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\geq\frac{4}{a+b}\quad|\cdot ab(a+b)$$
$$b(a+b)+a(a+b)\geq 4ab$$
$$ab+b^2+a^2+ab-4ab\geq 0$$
$$a^2-2ab+b^2\geq 0$$
$$(a-b)^2\geq 0$$

Otrzymaliśmy wyrażenie nieujemne, więc nierówność jest prawdziwa.

8.
$$5x^2+20xy+26y^2\geq 0$$
$$x^2+\underbrace{4x^2+20xy+25y^2}+y^2\geq 0$$
$$\underbrace{x^2}_{\geq 0}+\underbrace{(2x+5y)^2}_{\geq 0}+\underbrace{y^2}_{\geq 0}\geq 0$$

Otrzymaliśmy sumę wyrażeń nieujemnych, więc nierówność jest prawdziwa.

9.
$$\left(\frac{a+b}{2}\right)^2\leq\frac{a^2+b^2}{2}$$
$$\frac{a^2+2ab+b^2}{4}\leq\frac{a^2+b^2}{2}\quad|\cdot 4$$
$$a^2+2ab+b^2\leq 2a^2+2b^2$$
$$0\leq a^2-2ab+b^2$$
$$0\leq(a-b)^2$$

Otrzymaliśmy kwadrat różnicy, który jest nieujemny, więc nierówność jest prawdziwa.

KARTA PRACY 2.3

1. D **2.** A **3.** D **4.** A **5.** B **6.** B **7.** D

8. $11^6+11^7+11^8+11^9+11^{10}+11^{11}=11^6\cdot(1+11)+11^8\cdot(1+11)+11^{10}\cdot(1+11)=$
$=(1+11)\cdot(11^6+11^8+11^{10})=12\cdot(11^6+11^8+11^{10})=12\cdot\underbrace{(11^6+11^8+11^{10})}_{k\in\mathbb{C}}=12k,$

więc suma jest podzielna przez 12

9. $2n+1$ - I liczba nieparzysta
$2n+3$ - II liczba nieparzysta
$2n+5$ - III liczba nieparzysta,
gdzie $n\in\mathbb{C}$

$(2n+1)^2+(2n+3)^2+(2n+5)^2=4n^2+4n+1+4n^2+12n+9+4n^2+20n+25=$
$=12n^2+36n+32+3=4\cdot\underbrace{(3n^3+9n+8)}_{k\in\mathbb{C}}+3=4k+3$

Otrzymaliśmy liczbę, która przy dzieleniu przez 4 daje resztę 3.

WYDAWNICTWO ELITMAT

Dodatkowe informacje, komentarze oraz errata dostępne na stronie: jakzdacmaturezmatematyki.pl/errata

DLA MATURZYSTÓW POLECAMY POZOSTAŁE KSIĄŻKI Z SERII „JAK ZDAĆ MATURĘ Z MATEMATYKI?” AUTORSTWA DARIUSZA KULMY — NAUCZYCIELA ROKU 2008

Seria „Jak zdać maturę z matematyki?” to m.in. REPETYTORIA:

- ✔ Wszystkie najważniejsze zagadnienia do NOWEJ MATURY — wzory, definicje, twierdzenia z przykładami opracowane według aktualnej podstawy programowej.
- ✔ Łącznie 1388 ZADAŃ — 678 zadań na poziomie podstawowym oraz 710 zadań na poziomie rozszerzonym (w tym zadania na dowodzenie i wykazywanie).
- ✔ Rozwiązania „krok po kroku”, wskazówki i komentarze — które wytłumaczą Ci każde zadanie jak najlepszy korepetytor.
- ✔ Podsumowania — które systematycznie porządkują Twoją wiedzę, również w wersji on-line (NOWOŚĆ).

ARKUSZE MATURALNE NA POZIOMIE PODSTAWOWYM I ROZSZERZONYM

- ✔ ARKUSZE MATURALNE — opracowane na podstawie oficjalnych arkuszy Centralnej Komisji Egzaminacyjnej.
- ✔ Łącznie 535 ZADAŃ z aktualnej podstawy programowej — 364 zadania na poziomie podstawowym oraz 171 zadań na poziomie rozszerzonym.
- ✔ Odpowiedzi do wszystkich zadań.
- ✔ Pełne rozwiązania do zadań sprawiających maturzystom najwięcej trudności, np. dowodów.

„DOWODY MATEMATYCZNE — UMIEM TO! Zbiór zadań na dowodzenie dla maturzystów i nie tylko”.

- ✔ 328 DOWODÓW — na poziomie podstawowym i rozszerzonym.
- ✔ Rozwiązania „krok po kroku” do wszystkich zadań.
- ✔ Rekomendowana w przygotowaniach do konkursów i olimpiad matematycznych.
- ✔ Każde zadanie oznaczone poziomem trudności.
- ✔ Wskazówki do zadań do samodzielnego wykonania.

NOWOŚĆ! „101 ZADAŃ DLA AMBITNYCH MATURZYSTÓW. Zbiór zadań trudnych, ciekawych i nietypowych z matematyki na poziomie rozszerzonym".

- ✔ Zawiera "zadania multidziałowe", czyli takie, które zawierają zagadnienia z wielu działów — nawet z czterech czy pięciu.
- ✔ Wskazówki do wszystkich zadań wraz z pełnymi rozwiązaniami „krok po kroku”.
- ✔ Twierdzenia i wzory, których nie ma w podstawie programowej, a dzięki którym można rozwiązać zadanie szybciej!

Więcej informacji: **jakzdacmaturezmatematyki.pl/ksiazka**

KARTY PRACY Z MATEMATYKI

34 GOTOWE LEKCJE POWTÓRZENIOWE DO MATURY NA POZIOMIE PODSTAWOWYM

W uznaniu za wyjątkowe podejście do matematyki i umiejętność zarażania pasją uczniów!

Dariusz Kulma to nauczyciel z ponad 20-letnim stażem, wielokrotnie wyróżniany za swoje osiągnięcia, w tym m.in. nagrodą Ministra Edukacji Narodowej II stopnia oraz tytułem Nauczyciela Roku 2008 w ogólnopolskim konkursie organizowanym pod patronatem Ministerstwa Edukacji Narodowej i "Głosu Nauczycielskiego".

Jest autorem serii książek dla maturzystów oraz kilkunastu zbiorów z zadaniami konkursowymi. Jest twórcą wielu projektów edukacyjnych, w tym m.in. „Matematyki Innego Wymiaru", „Matematycznych Mistrzostw Polski Dzieci i Młodzieży" czy „E-laboratorium matematycznego". W ramach projektu „Jak zdać maturę z matematyki?" prowadzi warsztaty motywacyjne dla maturzystów, wspierając młodzież w przygotowaniach maturalnych. Jest również szkoleniowcem i wykładowcą podczas wielu konferencji dla nauczycieli matematyki w Polsce.

CZYM WYRÓŻNIA SIĘ TA KSIĄŻKA?

To pierwsza książka, która zawiera pełne rozwiązania wszystkich zadań „krok po kroku" w wersji interaktywnej. To taka e-książka, dzięki której możesz się uczyć na tablecie, a nawet telefonie – w każdym miejscu, gdzie jesteś. Dodatkowym atutem tej książki jest cykliczne powtarzanie tych samych zagadnień, abyś nie zapominał już raz powtórzonych treści. Wejdź na stronę www.kartypracy.jakzdacmaturezmatematyki.pl i aktywuj swój dostęp, korzystając z indywidualnego kodu, który znajdziesz na końcu książki.

Wersja on-line na stronie www.kartypracy.jakzdacmaturezmatematyki.pl	45 — 34 gotowe lekcje do matury	358 — Pełne rozwiązania w wersji interaktywnej	Podsumowujące karty pracy	Zadania dodatkowe do każdej karty pracy

Karty pracy są ściśle powiązane z książkami z serii "Jak zdać maturę z matematyki?"

Zobacz również pozostałe książki z serii "Karty Pracy"

Sprawdź inne książki oraz materiały on-line na naszej stronie

Zamówienia:
elitmat@elitmat.pl
51-77777-51
www.jakzdacmaturezmatematyki.pl

ISBN 978-83-63975-43-2

Cena 49,00 zł

ELITMAT
FIRMA EDUKACYJNO-WYDAWNICZA