

Ponad 200 000 sprzedanych egzemplarzy

NOWE
WYDANIE

JAK ZDAĆ MATURĘ Z MATEMATYKI NA POZIOMIE PODSTAWOWYM ?

Najprostsza droga do osiągnięcia sukcesu w 10 dni.

nie tylko dla
humanistów!



**AKTUALNA
FORMUŁA
MATURY**

matura
aktualna podstawa
programowa

2026...
2025

Dariusz Kulma
Nauczyciel Roku 2008

Tu znajdziesz
odpowiedź →

DARIUSZ KULMA

JAK ZDAĆ MATURE Z MATEMATYKI NA POZIOMIE PODSTAWOWYM



Najprostsza droga do osiągnięcia sukcesu w 10 dni

*nie tylko dla
humanistów!*

WYDAWNICTWO – ELITMAT

Mińsk Mazowiecki 2024

Autor: **Dariusz Kulma**

Opracowanie redakcyjne: **Małgorzata Zakrzewska**

Projekt graficzny okładki: **Paulina Kotomska-Lichniak, Ewelina Trębacz**

Projekt graficzny i skład komputerowy: **Paulina Kotomska-Lichniak, Ewelina Trębacz**

Druk i oprawa:

Drukarnia "DRUKOMAT"

ul. Wypoczynkowa 13

64-920 Piła

Zbiór zadań został opracowany zgodnie z obowiązującą podstawą programową dla szkół ponadgimnazjalnych, z wykorzystaniem arkuszy maturalnych i innych materiałów udostępnianych przez Centralną Komisję Egzaminacyjną.

Fotografie z www.fotolia.com: © contrastwerkstatt - id. 84950310; © ag visuell - id. 53584856;
© Dreaming Andy - id. 62704436; © valdis torms - id. 46177828; © Marek - id. 68124775;
© valdis torms - id. 66702797; © Denis Junker - id. 54171604; © Andrey_Arkusha - id. 74798374;
© dengess - id. 42780077; © Lovrencg - id. 51595955; © kharlamova_lv - id. 47907680;
© Tomasz Sergej - id. 22916756; © magraphics - id. 412494451; © Sergey Nivens - id. 277853783;

Fotografie z www.pixabay.com: PublicDomainPictures - id. animal-1717_640;
stux - id. origami-210114_1280; blickpixel - id. cube-570703_1920

Copyright by Firma Edukacyjno – Wydawnicza ELITMAT Dariusz Kulma

Wydanie: Firma Edukacyjno – Wydawnicza ELITMAT Dariusz Kulma

Mińsk Mazowiecki

tel. 51-77777-51

e-mail: elitmat@elitmat.pl

www.elitmat.pl

Mińsk Mazowiecki 2024. Wydanie siódme.

ISBN: 978-83-63975-53-1

Wszystkie książki wydawnictwa są dostępne w sprzedaży wysyłkowej.
Zamówienia prosimy składać przez stronę:

www.jakzdacmaturezmatematyki.pl

lub na adres: elitmat@elitmat.pl

● WSTĘP, który koniecznie musisz przeczytać!

Ponieważ: po pierwsze, poznamy się, a po drugie — wyjaśnię Ci, co, dlaczego, jak i kiedy zrobić, by zdać maturę z matematyki.

Drogi Maturzysto!

Obowiązkowa matura z matematyki dla niektórych jest czymś prostym i banalnym, dla innych jest jedną z wielkich życiowych traum.

Co roku kilkadziesiąt tysięcy maturzystów nie zdaje matury, a w rekordowym roku było ich ponad 70 tysięcy! To bardzo dużo. Dlaczego aż tyle?

Przyczyn jest co najmniej kilka. Ucznia, który nie lubi matematyki i ma problemy z nauczeniem się jej, często paraliżuje strach i lęk przed tym przedmiotem, ponieważ ma wiele negatywnych wspomnień. Nie wiem, jak Ty radziłeś sobie dotychczas z matematyką, ale skoro sięgnąłeś po tę książkę, to również masz jakieś obawy związane z maturą. Może chcesz tylko zdać, a może zależy Ci na jak najwyższym wyniku? Ważne, żebyś odniósł sukces na miarę własnych oczekiwań.



Kilka lat temu postanowiłem napisać książkę „Jak zdać maturę z matematyki”. Chciałem zebrać w niej swoje doświadczenia, które zdobyłem, przygotowując kilkanaście tysięcy uczniów do różnych egzaminów. Chciałem również, by książka łamała stereotypy i pokazywała, że to nieprawda, że matematyki nie da się nauczyć. **Po kilku wydaniach i ponad 200 tysiącach sprzedanych egzemplarzy wiem, że książka spełnia swój cel. Wiele osób mi pisze, że dzięki niej odniosło na maturze sukces.**

Ta wersja książki jest dedykowana maturzystom zdającym maturę od 2025 roku - zarówno z liceów jak i techników.

Dlaczego nauka z tą książką jest skuteczniejsza i czym ta książka różni się od innych?

Przede wszystkim tym, że „Jak zdać maturę z matematyki na poziomie podstawowym?” to specjalny system przygotowań oparty na kilku przemyślanych filarach.

Pierwszy to „łopatologiczne” tłumaczenie zagadnień matematycznych. Wielu matematyków mogą razić uproszczenia w moich wyjaśnieniach. Jednak dla Ciebie i dla mnie liczy się efekt — masz zdać maturę! Na pewno masz już dość niezrozumiałych sformułowań, z którymi wielokrotnie spotykałeś się na co dzień w szkole. W tej książce nie znajdziesz encyklopedycznych formułek, choć oczywiście są potrzebne wzory, definicje i twierdzenia. Wyjaśnienia mają być proste i konkretne. Dlatego gdy przypominam Ci wzór w części teoretycznej, to od razu możesz zobaczyć, jak taki wzór zastosować na konkretnym przykładzie.

Drugi filar to specjalny rozkład zadań — zasada trzech kroków. To unikalna cecha tej książki. Pierwszy krok — zadanie do analizy, w trakcie której poznajesz najprostszy sposób rozwiązania zadania określonego typu. Drugi krok to rozwiązywanie zadania podobnego do analizowanego, ale w oparciu o wskazówki. Nawet, jeśli jesteś pozbawiony matematycznej pewności, zobaczysz, że z podpowiedziami powoli zaczniesz wierzyć, że możesz się nauczyć rozwiązywać poszczególne zadania. Krok trzeci to zadanie sprawdzające — przy jego rozwiązywaniu nie otrzymujesz już pomocy. Musisz w końcu być samodzielny! Szybko zobaczysz, że ten system się sprawdza. Takich zadań z zasadą trzech kroków jest w tej książce 438. Jest ich dużo, ale z reguły są dość krótkie i proste. **Do zadań ze wskazówkami i zadań sprawdzających na końcu danego rozdziału znajdziesz pełne rozwiązania.** Sprawdzaj je. Zobacz, czy gdzieś nie popełniasz jeszcze błędu.

Ostatnim filarem systemu są powtórki poszczególnych zagadnień czy zadań w odpowiednich odstępach czasowych. Nawiązuje to do odkryć specjalistów z zakresu psychologii poznawczej, Hermanna Ebbinghausa i Tony’ego Buzana. Pierwszy z nich wskazał zależność zapominania materiału w czasie i konieczność odpowiedniej liczby powtórek, których powinno być 6 – 7, by dane zagadnienia pamiętały trwale. Tony Buzan zauważył, że powtórki te będą jeszcze skuteczniejsze, gdy zostaną przeprowadzone w określonym momencie. **W naszej książce pierwsza powtórka to zadanie sprawdzające. Kolejne pojawią się, gdy będziesz rozwiązywał zadania z podsumowań, które znajdują się na końcu każdego z działów.**

Podsumowania składają się z zadań zamkniętych – testowych z jedną lub dwiema odpowiedziami, zadań typu „prawda-falsz”, zadań „z ponieważ” oraz zadań otwartych – typowych, jakie znamy lub zadań z luką, którą trzeba

uzupełnić. Są to takie typy zadań, jakich możesz spodziewać się w arkuszu maturalnym w nowej formule. Łącznie są to 243 zadania maturalne, które sprawią, że będziesz coraz lepiej przygotowany do rozwiązywania egzaminacyjnych arkuszy. Co ważne, w podsumowaniach znajdziesz zadania odnoszące się do wszystkich poprzednich działów — na przykład w podsumowaniu nr 1 będą zadania tylko z pierwszego działu, ale już w podsumowaniu nr 5 — z poprzednich pięciu. **Dzięki temu cały czas będziesz pamiętał zadania, które powtarzałeś wcześniej — i tak do samej matury!** Sam zaskoczysz się, jak dobrze i trwale będziesz wszystko pamiętał. Dodatkowo przy poszczególnych zadaniach w podsumowaniach znajdziesz wskazówki. Najczęściej będzie to numer zadania podobnego, a czasem tylko informacja, gdzie szukać wskazówki. Na końcu książki znajdziesz odpowiedzi do wszystkich zadań.

Czy ten system działa?

W rekordowym roku moi uczniowie osiągnęli z matury z matematyki średni wynik **91,45%**, który przy średniej ogólnopolskiej — w okolicach 50% — jest, musisz przyznać, dużo lepszy. **Co roku wszyscy moi uczniowie zdają egzamin maturalny, wielu z nich otrzymuje wyniki 100%, a ponad połowa z nich wyniki powyżej 90%!** Książka z tym systemem bije rekordy popularności i dzięki niej spotykam się z wieloma oznakami sympatii i wdzięczności. Jak widzisz, ten system działa i Ty też możesz dołączyć do grupy szczęśliwców.

W książce znajdziesz większość najważniejszych typów zadań, jakie mogą wystąpić na maturze, jak również zadania "pewniaki", czyli zadania, które są prawie zawsze w arkuszu maturalnym. **Aby dobrze zdać maturę z matematyki, potrzebujesz mieć pewien kanon umiejętności, które, mimo zmian podstawy programowej, nadal potrzebne są w zadaniach maturalnych.** Dlatego świadomie pozostawiłem wiele zadań z matur z lat ubiegłych, ponieważ zawierają zagadnienia, które będą obowiązywać na maturze.

Złota zasada pewności zdania egzaminu maturalnego z matematyki

Jeśli masz już tę książkę, to wykonałeś pierwszy duży krok. Kolejne kroki nie muszą być duże, ale ważne, by były SYSTEMATYCZNE! Gdy rozwiążesz zadania zamieszczone w tej książce, będziesz mieć mocny fundament do zdania matury. Musisz być jednak konsekwentny. Dla osób mniej systematycznych przygotowałem dwa harmonogramy, które pomogą w rozplanowaniu pracy. Czas przygotowań rozłożyłem na 10 oraz 42 dni. Oczywiście możesz też przygotowywać się jeszcze wolniej i spokojniej, na przykład przez cały rok szkolny. Tak byłoby nawet najlepiej!

Proszę Cię jeszcze o jedno — nie omijaj żadnych zagadnień. Książka jest całością. Zależności poznawane we wcześniejszych rozdziałach są potrzebne w dalszej części — są niezbędne! Gdy to zrealizujesz, Twój wynik będzie naprawdę dobry. Sam będziesz zaskoczony swoim sukcesem.

Jeśli chcesz otrzymać jeszcze lepszy wynik lub mieć większą pewność na maturze, to warto, żebyś sięgnął po inne moje książki, ale już po „przerobieniu” repetytorium. Pierwsza to „Dowody matematyczne – zbiór zadań dla maturzystów i nie tylko”. Nie bój się dowodów i nie zniechęcaj przy początkowych trudnościach. Te zadania będą Cię bardzo rozwijały, a dodatkowo to świetny trening. Druga książka to „Karty pracy z matematyki - 34 gotowe lekcje powtórzeniowe do matury”. To jedyna książka w Polsce, która dzięki planszom interaktywnym dołączonym do wersji papierowej „sama uczy”! Ostatnim etapem przygotowań niech będą „Arkusze maturalne”. Tam już zobaczysz konkretnie, ile punktów udaje Ci się zdobyć z poszczególnych arkuszy. To najlepszy trening na sam koniec przygotowań do matury.



Powodzenia!

Dariusz Kulma

Więcej informacji: jakzdacmaturezmatematyki.pl/ksiazka



1 LICZBY RZECZYWISTE

str.

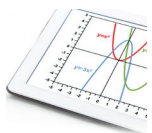
Wstęp teoretyczny — Podzbiory zbioru liczb rzeczywistych	11	1	1
Wstęp teoretyczny — Liczby przeciwne i odwrotne do danej	11	1	1
Wstęp teoretyczny — Liczby pierwsze i złożone	12	1	1
Wstęp teoretyczny — Procenty — różne rodzaje obliczeń procentowych	12	1	1
Zadania — obliczenia procentowe	14	1	1
Wstęp teoretyczny — Potęgi i pierwiastki	19	1	2
Zadania — potęgi i pierwiastki	21	1	2
Zadania — wyłączanie czynnika przed znak pierwiastka	24	1	2
Wstęp teoretyczny — Notacja wykładnicza	26	1	3
Zadania — notacja wykładnicza	26	1	3
Wstęp teoretyczny — Ułamki okresowe	28	1	3
Zadania — ułamki okresowe	28	1	3
Wstęp teoretyczny — Logarytmy	29	1	3
Zadania — obliczanie logarytmów z definicji	30	1	3
Zadania — wykorzystanie wzorów dotyczących logarytmów	31	1	3
Wstęp teoretyczny — Wartość bezwzględna	32	1	4
Zadania — wartość bezwzględna	33	1	4
Wstęp teoretyczny — Równania z jedną wartością bezwzględną	34	1	4
Zadania — równania z jedną wartością bezwzględną	34	1	4
Rozwiązania zadań ze wskazówkami i sprawdzających	35		
Podsumowanie 1	47	2	5

← numer dnia



2 WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE

Wstęp teoretyczny — Podstawowe wiadomości o wyrażeniach algebraicznych	49	2	6
Wstęp teoretyczny — Wzory skróconego mnożenia	49	2	6
Zadania — zastosowanie wzorów skróconego mnożenia	50	2	6
Zadania — usuwanie niewymierności z mianownika	52	2	6
Zadania — działania na wyrażeniach algebraicznych	53	2	7
Zadania — wyłączanie czynnika przed nawias	56	2	7
Zadania — działania na wyrażeniach wymiernych	57	2	7
Wstęp teoretyczny — Podzielność liczb	59	2	8
Wstęp teoretyczny — Wykazywanie podzielności	60	2	8
Zadania — dowody dotyczące podzielności liczb	60	2	8
Wstęp teoretyczny — Podzielność iloczynów kolejnych liczb całkowitych	62	2	8
Zadania — podzielność iloczynów kolejnych liczb całkowitych	63	2	8
Zadania — wykazywanie spełniania przez liczbę lub wyrażenie określonych warunków	65	2	9
Wstęp teoretyczny — Wykazywanie nierówności	66	2	9
Zadania — wykazywanie nierówności	66	2	9
Rozwiązania zadań ze wskazówkami i sprawdzających	69		
Podsumowanie 2	80	3	10



3 FUNKCJE

Wstęp teoretyczny — Podstawowe wiadomości o funkcjach	82	3	11
Wstęp teoretyczny — Ogólne własności funkcji	82	3	11
Wstęp teoretyczny — Przekształcenia równoległe wykresu funkcji	83	3	11
Wstęp teoretyczny — Przekształcenia wykresu funkcji w symetrii względem osi układu współrzędnych	84	3	11
Wstęp teoretyczny — Wykres i własności funkcji liniowej	84	3	11
Wstęp teoretyczny — Wykres i własności funkcji kwadratowej	85	3	11
Wstęp teoretyczny — Wykres i własności funkcji wykładniczej	86	3	11
Zadania — funkcje określone za pomocą opisu słownego	86	3	11
Zadania — wykorzystywanie współrzędnych punktu należącego do wykresu funkcji	87	3	11
Zadania — obliczanie wartości i argumentów dla danych funkcji	89	3	11
Zadania — określanie własności funkcji	90	3	12
Zadania — przekształcanie wykresu funkcji	92	3	12
Zadania — interpretacja współczynników funkcji liniowej	93	3	12
Zadania — proste równoległe	95	3	13
Zadania — odczytywanie współrzędnych wierzchołka paraboli z wykorzystaniem postaci kanonicznej funkcji kwadratowej	96	3	13
Zadania — postać iloczynowa funkcji kwadratowej	99	3	14
Zadania — określanie własności funkcji kwadratowej	100	3	14
Zadania — obliczanie pierwiastków równania kwadratowego	102	3	14
Zadania — najmniejsza i największa wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym	104	4	15
Zadania — wielkości odwrotnie proporcjonalne w zadaniach praktycznych	107	4	15
Zadania — wykorzystanie własności funkcji do zadań osadzonych w kontekście praktycznym	108	4	15
Rozwiązania zadań ze wskazówkami i sprawdzających	111		
Podsumowanie 3	129	4	16



4 RÓWNANIA I NIERÓWNOŚCI

Zadania — sprawdzanie, czy liczba jest rozwiązaniem równania lub nierówności	131	4	17
Zadania — równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą	132	4	17
Zadania — nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą	134	4	17
Zadania — równania wymierne	136	4	18
Wstęp teoretyczny — Rodzaje równań kwadratowych — możliwe postaci po uproszczeniu	137	4	18
Zadania — wykorzystanie własności iloczynu do rozwiązywania równań	138	4	18
Zadania — równania kwadratowe z jedną niewiadomą	139	4	19
Zadania — równania wymierne cz. 2	140	5	19
Wstęp teoretyczny — Rodzaje nierówności kwadratowych	141	5	19
Zadania — nierówności kwadratowe	142	5	19
Rozwiązania zadań ze wskazówkami i sprawdzających	144		
Podsumowanie 4	154	5	20



5 UKŁADY RÓWNAŃ

Wstęp teoretyczny — Układy równań pierwszego stopnia	156	5	21
Zadania — rozwiązywanie układów równań oraz ich rodzaje	156	5	21
Zadania — zadania tekstowe z wykorzystaniem układu równań	159	5	21
Rozwiązania zadań ze wskazówkami i sprawdzających	162		
Podsumowanie 5	166	5	22



6 CIĄGI

Wstęp teoretyczny — Podstawowe wiadomości o ciągach	168	5	23
Wstęp teoretyczny — Ciąg arytmetyczny i geometryczny	168	5	23
Zadania — wyznaczanie wyrazów ciągów określonych wzorem ogólnym	169	5	23
Wstęp teoretyczny — Monotoniczność ciągów	170	5	23
Zadania — monotoniczność ciągów	171	5	23
Zadania — wyznaczanie wyrazów ciągu arytmetycznego	172	5	23
Zadania — wyznaczanie wyrazów ciągu geometrycznego	173	5	23
Zadania — wyznaczanie liczby wyrazów ciągów spełniających określone warunki	173	5	23
Zadania — zastosowanie wzoru na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego	175	6	23
Zadania — zastosowanie wzoru na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego	176	6	24
Zadania — wyznaczanie wzoru ogólnego ciągów	177	6	24
Zadania — wykorzystanie własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego	178	6	24
Zadania — ciągi określone wzorem rekurencyjnym	184	6	24
Rozwiązania zadań ze wskazówkami i sprawdzających	185		
Podsumowanie 6	196	6	25



7 TRYGNOMETRIA

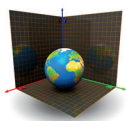
Wstęp teoretyczny — Najważniejsze wzory i zależności dotyczące funkcji trygonometrycznych	198	6	26
Zadania — obliczanie wartości funkcji trygonometrycznych z definicji	199	6	26
Zadania — wyznaczanie wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dana jest wartość jednej z funkcji	201	6	26
Zadania — wyznaczanie wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów powyżej 90°	202	6	26
Zadania — działania z wykorzystaniem wartości funkcji trygonometrycznych	203	6	26
Zadania — wykorzystanie zależności między funkcjami trygonometrycznymi	204	6	27
Wstęp teoretyczny — Twierdzenie cosinusów	207	7	27
Zadania — twierdzenie cosinusów	207	7	27
Rozwiązania zadań ze wskazówkami i sprawdzających	210		
Podsumowanie 7	218	7	28



8 PLANIMETRIA

Wstęp teoretyczny — Wzory i twierdzenia dotyczące figur geometrycznych	220	7	29
Wstęp teoretyczny — Cechy przystawania i podobieństwa trójkątów	223	7	29
Zadania — wykorzystanie funkcji trygonometrycznych w obliczeniach geometrycznych	224	7	29
Zadania — wykorzystanie twierdzenia Pitagorasa	225	7	29
Zadania — okręgi wpisane w trójkąt lub kwadrat i okręgi opisane na trójkącie lub kwadracie	227	7	29
Zadania — podobieństwo trójkątów	230	7	30

Zadania — wykorzystanie zależności między kątami środkowym i wpisanym opartymi na tym samym łuku	232	7	30
Zadania — dowody geometryczne	236	7	30
Rozwiązania zadań ze wskazówkami i sprawdzających	239		
Podsumowanie 8	250	8	31



9 GEOMETRIA KARTEZJAŃSKA

Wstęp teoretyczny — Długość i środek odcinka, równanie prostej, pole trójkąta	252	8	32
Wstęp teoretyczny — Przekształcenia w układzie współrzędnych	253	8	32
Zadania — wykorzystanie wzoru na odległość dwóch punktów	253	8	32
Zadania — wykorzystanie wzoru na wyznaczenie współrzędnych środka odcinka	254	8	32
Zadania — wyznaczenie współczynnika kierunkowego prostej przechodzącej przez dwa punkty	255	8	32
Zadania — wyznaczenie prostej przechodzącej przez dwa punkty	256	8	32
Zadania — wykorzystanie własności współczynnika kierunkowego prostej	257	8	33
Zadania — przekształcenia w układzie współrzędnych	258	8	33
Zadania — pozostałe zadania z geometrii kartezjańskiej	259	8	33
Wstęp teoretyczny — Równanie okręgu w postaci kanonicznej	260	8	33
Zadania — równanie okręgu w postaci kanonicznej	261	8	33
Rozwiązania zadań ze wskazówkami i sprawdzających	262		
Podsumowanie 9	269	8	34



10 STEREOMETRIA

Wstęp teoretyczny — Najważniejsze wzory dotyczące graniastopów i ostrosłupów	271	9	35
Zadania — wykorzystanie podstawowych wzorów dotyczących sześcianu	272	9	35
Zadania — wykorzystanie podstawowych wzorów dotyczących prostopadłościanu	273	9	35
Zadania — zależność między liczbą krawędzi, wierzchołków i ścian ostrosłupów oraz graniastopów	274	9	35
Zadania — wykorzystanie zależności wynikających z podstawowych wzorów dotyczących brył	275	9	35
Zadania — rozpoznawanie w graniastopach i ostrosłupach kątów między odcinkami i płaszczyznami	276	9	35
Wstęp teoretyczny — Bryły obrotowe	280	9	35
Zadania — wykorzystanie podstawowych własności brył obrotowych	281	9	35
Rozwiązania zadań ze wskazówkami i sprawdzających	287		
Podsumowanie 10	298	9	36



11 KOMBINATORYKA

Wstęp teoretyczny — Kombinatoryka	300	9	37
Zadania — zastosowanie reguły mnożenia	300	9	37
Zadania — zastosowanie reguły dodawania	302	9	37
Zadania — pozostałe zadania kombinatoryczne	303	9	37
Rozwiązania zadań ze wskazówkami i sprawdzających	304		
Podsumowanie 11	307	9	38



12 RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA I STATYSTYKA

Wstęp teoretyczny — Statystyka — najważniejsze wzory i definicje	309	10	39
Zadania — średnia arytmetyczna, mediana	310	10	39
Wstęp teoretyczny — Rachunek prawdopodobieństwa	314	10	40
Zadania — wykorzystanie własności prawdopodobieństwa	314	10	40
Zadania — prawdopodobieństwo klasyczne	315	10	40
Rozwiązania zadań ze wskazówkami i sprawdzających	321		
Podsumowanie 12	329	10	41



13 OPTIMALIZACJA

Zadania optymalizacyjne, które można opisać funkcją kwadratową	331	10	42
Rozwiązania zadań ze wskazówkami i sprawdzających	334		
Podsumowanie 13	336	10	42
Odpowiedzi do podsumowań 1-13	338		

INSTRUKCJA OBSŁUGI KSIĄŻKI

Drogi Maturzysto, przeczytałeś już wstęp?

Nie? To zapraszamy do przeczytania, dowiesz się z niego wiele o tej książce, co ułatwi zrozumienie instrukcji.

Tak? Poniżej znajdują się objaśnienia poszczególnych oznaczeń, z którymi spotkasz się podczas rozwiązywania zadań.

Zadania ← Oznaczenie zadań określonego typu lub dotyczących jednego zagadnienia.

zadanie do analizy ← Zadania rozwiązane krok po kroku, wraz z komentarzami objaśniającymi poszczególne etapy rozwiązania.

zadanie ze wskazówkami ← Zadania podobne do zadań do analizy, do samodzielnego rozwiązania w oparciu o podane wskazówki.

zadanie sprawdzające ← Zadania podobne do zadań do analizy i ze wskazówkami, do samodzielnego rozwiązania.

informator CKE/CKE ← Propozycje zadań Centralnej Komisji Egzaminacyjnej z informatora lub innych materiałów CKE

marzec 2022 ← Zadania z matur CKE z lat ubiegłych, które obowiązują w nowej formule matury.

Rozwiązania ← Rozwiązania zadań ze wskazówkami i sprawdzających, znajdujące się na kolejnych stronach.

warto wiedzieć... ← Informacje przydatne do lepszego zrozumienia zagadnienia, a także rozwiązywania zadań.

Cena brutto = 100% ← Dodatkowe informacje przydatne do rozwiązania zadania, znajdujące się na zielonym tle przy rozwiązaniu.

Jak zdać... 01 ← Porady ułatwiające organizację nauki oraz sam proces uczenia się.

1

Liczby rzeczywiste



Podzbiory zbioru liczb rzeczywistych

	DEFINICJA	PRZYKŁAD
LICZBY NATURALNE	Liczby $0, 1, 2, 3, 4, \dots$ to liczby naturalne. Literą \mathbb{N} będziemy oznaczać zbiór liczb naturalnych .	$0; 3; 10; 99; 1037$
LICZBY CAŁKOWITE	Literą \mathbb{Z} oznaczamy zbiór liczb całkowitych . Liczby całkowite zawierają liczby naturalne oraz liczby przeciwne do nich.	$0; 3; 10; 99; 1037$ $-1; -2; -5; -87$
LICZBY WYMIERNE	Literą \mathbb{W} oznaczamy zbiór liczb wymiernych . Liczbą wymierną nazywamy liczbę, którą można przedstawić jako nieskracalny ułamek zwykły o postaci $\frac{p}{q}$, gdzie p i q to liczby całkowite oraz $q \neq 0$.	$0; 3; 10; 99; 1037$ $-1; -2; -5; -87$ $-1\frac{1}{2}; 5,3; 0,(3) = \frac{1}{3}$ Liczby: $\frac{2}{4}, \frac{5}{10}, \frac{34}{68}$ to przykłady różnych reprezentacji tej samej liczby wymiernej.
LICZBY NIETYMIERNE	Liczby, które nie są wymierne (tzn. nie można ich przedstawić w postaci nieskracalnego ułamka zwykłego), noszą nazwę liczb niewymiernych . Zbiór liczb niewymiernych oznaczamy symbolem \mathbb{NW} .	$\pi, \sqrt{2}, \sqrt{17}, -3\sqrt{5}$
LICZBY RZECZYWISTE	Wszystkie liczby, którymi się posługujesz, tworzą zbiór liczb rzeczywistych . Oznaczamy go literą \mathbb{R} .	<p> \mathbb{R} \mathbb{NW} $\sqrt{17}$ $-3\sqrt{5}$ $\pi = 3,14159265358\dots$ $\sqrt{2} = 1,414213526\dots$ \mathbb{W} $-1\frac{1}{2}$ $5,3$ $0,(3) = \frac{1}{3}$ \mathbb{Z} -1 -2 -5 -87 \mathbb{N} 0 3 10 99 1037 </p>

Liczby przeciwne i odwrotne do danej

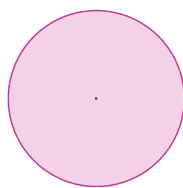
	DEFINICJA	PRZYKŁAD
LICZBY PRZECIWNE	Liczbą przeciwną do liczby a jest liczba $-a$.	Liczbą przeciwną do 3 jest liczba -3 . Liczbą przeciwną do 0 jest liczba 0 . Liczbą przeciwną do $-\frac{1}{2}$ jest liczba $\frac{1}{2}$.
LICZBY ODWROTNE	Liczbą odwrotną do liczby a jest liczba $\frac{1}{a}$ dla $a \neq 0$.	Liczbą odwrotną do 2 jest liczba $\frac{1}{2}$. Liczbą odwrotną do $-\frac{2}{3}$ jest liczba $-\frac{3}{2}$.

Liczby pierwsze i złożone

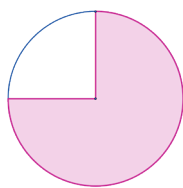
	DEFINICJA	PRZYKŁAD
LICZBY PIERWSZE	Liczbę naturalną p nazywamy liczbą pierwszą , jeśli ma dokładnie dwa dzielniki naturalne: jedynkę i samą siebie. Liczbami pierwszymi są np. 2, 3, 5, 7, 11 ...	Liczba 2 jest liczbą pierwszą, ponieważ jest liczbą naturalną większą od 1 oraz posiada dwa różne dzielniki: 1 oraz 2. Liczba 6 nie jest liczbą pierwszą, ponieważ posiada więcej dzielników niż dwa; jej dzielniki to: 1, 2, 3, 6.
LICZBY ZŁOŻONE	Liczbę z nazywamy liczbą złożoną , gdy jest iloczynem co najmniej dwóch liczb pierwszych.	Liczba 6 jest liczbą złożoną, ponieważ możemy ją zapisać: $6 = 2 \cdot 3$, a liczby 2 oraz 3 są liczbami pierwszymi. Liczba 30 jest również liczbą złożoną, gdyż możemy ją zapisać: $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$, a liczby 2, 3 oraz 5 są liczbami pierwszymi. Liczbę złożoną możemy również rozpoznać po tym, że posiada więcej niż dwa różne dzielniki. Liczba 9 jest liczbą złożoną, gdyż ma trzy dzielniki: 1, 3, 9.

Procenty – różne rodzaje obliczeń procentowych

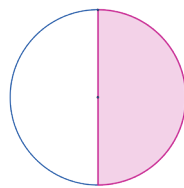
	DEFINICJA
PROCENT	Wyraz procent pochodzi od łacińskiego „pro centum”, czyli „na sto”. 1% danej liczby a to 0,01 z tej liczby, co obliczamy w następujący sposób: $0,01 \cdot a$.



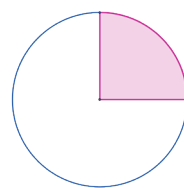
$$100\% = 1$$



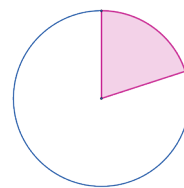
$$75\% = \frac{3}{4}$$



$$50\% = \frac{1}{2}$$



$$25\% = \frac{1}{4}$$



$$20\% = \frac{1}{5}$$

	DEFINICJA
PROMIL	Promil (1‰) danej liczby a to 0,001 tej liczby, co obliczamy w następujący sposób: $0,001 \cdot a$.

PROPORCJE PROSTE

Bardzo wygodnym sposobem rozwiązywania zadań z obliczeniami procentowymi jest stosowanie proporcji prostych.

PRZYKŁAD

30% uczniów klasy IB uczęszcza na kurs języka angielskiego, co stanowi 9 osób. Ilu uczniów jest w tej klasie?

$$30\% \rightarrow 9 \text{ osób}$$

$$100\% \rightarrow x \text{ osób}$$

$$30x = 9 \cdot 100$$

$$30x = 900 \quad | : 30$$

$$x = 30$$

Jakim procentem liczby 120 jest liczba 48?

$$100\% \rightarrow 120$$

$$x\% \rightarrow 48$$

$$120x = 100 \cdot 48$$

$$120x = 4800 \quad | : 120$$

$$x = 40\%$$

Taki sposób rozwiązywania proporcji możemy określić jako mnożenie „na skos”.

RODZAJ 1 OBLICZANIE PROCENTU Z LICZBY

PRZYKŁAD	OBLICZENIA
Oblicz 27% z liczby 500.	$0,27 \cdot 500 = 135$

RODZAJ 2 OBLICZANIE LICZBY, GDY DANY JEST JEJ PROCENT

PRZYKŁAD	OBLICZENIA
Pierwsza rata spłaty pożyczki za samochód stanowi 9% wartości samochodu, co daje kwotę 2 880 zł. Oblicz całkowity koszt samochodu.	$9\% \rightarrow 2880 \text{ zł}$ $100\% \rightarrow x$ <hr/> $9x = 100 \cdot 2880$ $9x = 288\ 000 \text{ zł} \quad : 9$ $x = 32\ 000 \text{ zł}$

RODZAJ 3 JAKIM PROCENTEM JEDNEJ LICZBY JEST DRUGA LICZBA

PRZYKŁAD	OBLICZENIA
Jakim procentem liczby 150 jest liczba 48?	$100\% \rightarrow 150$ $x\% \rightarrow 48$ <hr/> $150x = 100 \cdot 48$ $150x = 4800 \quad : 150$ $x = 32\%$

RODZAJ 4 WIELOKROTNA ZMIANA WARTOŚCI (NP. CEN)

PRZYKŁAD	OBLICZENIA
Cenę pewnego towaru obniżono o 20%, a następnie jeszcze o 30%. O ile procent została obniżona cena towaru?	<p>Cena w procentach po pierwszej obniżce: $100\% - 20\% = 80\%$ ceny początkowej.</p> <p>Cena w procentach po drugiej obniżce: $100\% - 30\% = 70\%$ nowej ceny.</p> <p>Po dwóch obniżkach otrzymujemy 70% z 80% ceny początkowej, czyli: $70\% \cdot 80\% = 0,7 \cdot 0,8 = 0,56 = 56\%$ ceny początkowej.</p> <p>Cenę towaru obniżono o $100\% - 56\% = 44\%$.</p>

RODZAJ 5 OBLICZANIE PODATKU VAT

PRZYKŁAD	OBLICZENIA
Rower kosztuje 1353 zł. Oblicz cenę netto roweru, jeśli podatek VAT wynosi 23%.	$123\% \rightarrow 1353 \text{ zł}$ $100\% \rightarrow x$ <hr/> $123x = 1353 \cdot 100$ $123x = 135\ 300 \text{ zł} \quad : 123$ $x = 1100 \text{ zł}$
Cena brutto = 100% ceny netto + stawka podatku VAT	

RODZAJ 6 OBLICZENIA DOTYCZĄCE LOKAT I FUNDUSZY

PRZYKŁAD	OBLICZENIA
12 000 zł wpłacono na lokatę dwuletnią o oprocentowaniu 6% i półrocznej kapitalizacji. Oblicz zysk z tej lokaty.	
OBLICZENIA — METODA 1	OBLICZENIA — METODA 2
	Korzystamy ze wzoru na procent składany: $K_n = K \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$

1° Oprocentowanie na pół roku: $6\% : 2 = 3\%$	1° Oprocentowanie na pół roku: $6\% : 2 = 3\% \rightarrow p = 3$
2° Po pierwszym okresie kapitalizacji zgromadzony kapitał to 100% kwoty początkowej oraz 3% odsetek uzyskanych za pierwsze półrocze, czyli łącznie: $100\% + 3\% = 103\%$	2° Liczba okresów kapitalizacji w czasie trwania lokaty: $n = 4$
3° Po każdym kolejnym okresie kapitalizacji zgromadzony kapitał to 103% wartości kapitału przed tym okresem.	3° Kwota początkowa: $K = 12\ 000$.
4° W czasie trwania lokaty są 4 okresy kapitalizacji odsetek, więc kapitał końcowy wynosi $103\% \cdot 103\% \cdot 103\% \cdot 103\% \cdot 12\ 000$, czyli: $(103\%)^4 \cdot 12\ 000 = 1,03^4 \cdot 12\ 000 \approx 13\ 506,11\ \text{zł}$ ZYSK: $13\ 506,11\ \text{zł} - 12\ 000\ \text{zł} = 1506,11\ \text{zł}$	$K_n = 12\ 000 \left(1 + \frac{3}{100}\right)^4 = 12\ 000 \cdot 1,03^4 \approx 13\ 506,11\ \text{zł}$ ZYSK: $13\ 506,11\ \text{zł} - 12\ 000\ \text{zł} = 1506,11\ \text{zł}$

RODZAJ 7 O ILE PROCENT WIĘCEJ, O ILE PROCENT MNIEJ

PRZYKŁAD		OBLICZENIA
Partia XYZ ma 30-procentowe poparcie wyborcze, a partia QD 20-procentowe poparcie wyborcze.	1. O ile procent większe poparcie ma partia XYZ od poparcia dla partii QD?	$100\% \rightarrow 20\%$ $x\% \rightarrow 30\%$ <hr/> $20x = 30 \cdot 100$ $20x = 3000 \quad : 20$ $x = 150\%$
O ile % więcej \rightarrow mniejsza wartość równa się 100%. O ile % mniej \rightarrow większa wartość równa się 100%.		Poparcie dla partii XYZ jest większe o 50% od poparcia dla partii QD.
Punkty procentowe to różnica dwóch wartości procentowych.	2. O ile punktów procentowych mniejsze poparcie ma partia QD?	$30\% - 20\% = 10$ punktów procentowych Poparcie dla partii QD jest mniejsze o 10 punktów procentowych od poparcia dla partii XYZ.

● Zadania – obliczenia procentowe

ZADANIE 1	<i>zadanie do analizy</i>	1 pkt
-----------	---------------------------	-------

Na premierę filmową sprzedano 320 biletów, w tym 144 ulgowe. Jaki procent sprzedanych biletów stanowiły bilety ulgowe?

A. 69%

B. 40%

C. 45%

D. 31%

ROZWIĄZANIE

Jest to RODZAJ 3 obliczeń procentowych.

1° Wszystkich biletów jest 320, więc jest to 100%.

$$100\% \rightarrow 320$$

2° Biletów ulgowych jest 144, więc jest to $x\%$ z całej liczby biletów.

$$x\% \rightarrow 144$$

3° Powstałą proporcję mnożymy „na skos” i rozwiązujemy równanie.

$$320x = 100 \cdot 144$$

$$320x = 14\ 400 \quad | : 320$$

$$x = 45\%$$

POPRAWNA ODPOWIEDŹ: C

ZADANIE 2	zadanie ze wskaźnikami	1 pkt	CKE
-----------	------------------------	-------	-----

W klasie jest cztery razy więcej chłopców niż dziewcząt. Ile procent wszystkich uczniów tej klasy stanowią dziewczęta?

- A. 4% B. 5% C. 20% D. 25%

ROZWIĄZANIE

Jest to RODZAJ 3 obliczeń procentowych.

1° Wprowadzamy oznaczenia.

2° Wszyscy uczniowie stanowią 100%.

3° Dziewczęta stanowią $x\%$ wszystkich uczniów.

4° Powstałą proporcję mnożymy „na skos” i rozwiązujemy równanie.

POPRAWNA ODPOWIEDŹ:

ZADANIE 3	zadanie sprawdzające	1 pkt	
-----------	----------------------	-------	--

Na parkingu stoi 45 samochodów, z których 27 jest koloru niebieskiego. Jaki procent wszystkich samochodów stanowią samochody niebieskie?

- A. 55% B. 60% C. 39,7% D. 65%

ROZWIĄZANIE

POPRAWNA ODPOWIEDŹ:

ZADANIE 4	zadanie do analizy	1 pkt	
-----------	--------------------	-------	--

Prowizja pobrana od udzielonego kredytu wynosi 2,5%, co stanowi 3500 zł. Wynika stąd, że udzielono kredytu w wysokości:

- A. 750 zł B. 1400 zł C. 140 000 zł D. 87,50 zł

ROZWIĄZANIE

Jest to RODZAJ 2 obliczeń procentowych.

1° Prowizja to 2,5% z kwoty, której nie znamy, czyli z udzielonego kredytu. Prowizja wynosi 3500 zł.

2° Układamy proporcję.

$$2,5\% \rightarrow 3500 \text{ zł}$$

$$100\% \rightarrow x \text{ zł}$$

$$2,5x = 100 \cdot 3500$$

$$2,5x = 350\,000 \quad | : 2,5$$

$$x = 140\,000 \text{ zł}$$

POPRAWNA ODPOWIEDŹ: C

ZADANIE 5

zadanie ze wskazówkami

1 pkt

Pierwsza rata, która stanowi 12% ceny roweru, jest równa 192 zł. Rower kosztuje:

A. 1760 zł

B. 1600 zł

C. 1920 zł

D. 2304 zł

ROZWIĄZANIE

Jest to RODZAJ 2 obliczeń procentowych.

1° Pierwsza rata to 12% z kwoty, której nie znamy, czyli z ceny roweru.

Pierwsza rata wynosi.....zł

2° Układamy proporcję.

3° Mnożymy „na skos” i rozwiązujemy równanie.

POPRAWNA ODPOWIEDŹ:

ZADANIE 6

zadanie sprawdzające

1 pkt

Bluza po obniżce ceny o 30% kosztuje 105 zł. Wynika z tego, że bluza przed obniżką kosztowała:

A. 73,50 zł

B. 150 zł

C. 315 zł

D. 285,71 zł

ROZWIĄZANIE

POPRAWNA ODPOWIEDŹ:

ZADANIE 7

zadanie do analizy

1 pkt

Cena albumu bez podatku VAT wynosi 96 zł. Album ten wraz z podatkiem VAT w wysokości 5% kosztuje:

A. 100,80 zł

B. 91,20 zł

C. 91,43 zł

D. 101 zł

ROZWIĄZANIE

Jest to RODZAJ 5 obliczeń procentowych.

1° Cena brutto, czyli wraz z podatkiem VAT, to suma 100% ceny netto oraz stawki podatku VAT.

$$100\% + 5\% = 105\%$$

2° Układamy proporcję.

$$100\% \rightarrow 96 \text{ zł}$$

$$105\% \rightarrow x \text{ zł}$$

3° Mnożymy „na skos” i rozwiązujemy równanie.

$$100x = 96 \cdot 105$$

$$100x = 10\,080 \quad | : 100$$

$$x = 100,80 \text{ zł}$$

POPRAWNA ODPOWIEDŹ: A

ZADANIE 8

zadanie ze wskazówkami

1 pkt

Podatek VAT w wysokości 23% zawarty w cenie telewizora wynosi 552 zł. Cena netto telewizora wynosi:

A. 2952 zł

B. 2400 zł

C. 1848 zł

D. 678,96 zł

ROZWIĄZANIE

Jest to RODZAJ 5 obliczeń procentowych.

Skoro cena brutto to suma 100% ceny netto oraz stawki podatku VAT, to:

1° Kwota podatku VAT, czyli 552 zł stanowi 23%.

2° Kwota netto, czyli x zł stanowi 100%.

3° Mnożymy „na skos” i rozwiązujemy równanie.

POPRAWNA ODPOWIEDŹ:

ZADANIE 9

zadanie sprawdzające

1 pkt

Cena brutto pewnego towaru wynosi 810 zł, a cena netto 750 zł. Stawka podatku VAT, jaką opodatkowany jest ten towar, to:

A. 5%

B. 7%

C. 23%

D. 8%

ROZWIĄZANIE

POPRAWNA ODPOWIEDŹ:

ZADANIE 10

zadanie do analizy

1 pkt

Samochód kosztował 35 000 zł. Jego cenę obniżono o 10%, a następnie jeszcze raz obniżono o 20%. Po tych obniżkach samochód kosztował:

A. 24 500 zł

B. 25 800 zł

C. 28 350 zł

D. 25 200 zł

ROZWIĄZANIE

Jest to RODZAJ 4 obliczeń procentowych.

1° Po pierwszej obniżce o 10% samochód kosztował
 $100\% - 10\% = 90\%$ ceny początkowej.

$$90\% \cdot 35\,000$$

2° Po drugiej obniżce o 20% samochód kosztował
 $100\% - 20\% = 80\%$ nowej ceny, co zapisujemy łącznie.

$$80\% \cdot 90\% \cdot 35\,000 =$$

3° Wykonujemy obliczenia.

$$= 0,8 \cdot 0,9 \cdot 35\,000 = 25\,200 \text{ zł}$$

POPRAWNA ODPOWIEDŹ: D



Odpowiedzi do podsumowań 1-13



PODSUMOWANIE NR 1

P. 1.1 B P. 1.2 B P. 1.3 C P. 1.4 B P. 1.5 D P. 1.6 A P. 1.7 B P. 1.8 B P. 1.9 C P. 1.10 B
 P. 1.11 D P. 1.12 D P. 1.13 B P. 1.14 A P. 1.15 D P. 1.16 B P. 1.17 B P. 1.18 B P. 1.19 B P. 1.20 C
 P. 1.21 C

PODSUMOWANIE NR 2

P. 2.1 C P. 2.2 D P. 2.3 C P. 2.4 B P. 2.5 B P. 2.6 D P. 2.7 C P. 2.8 A P. 2.9 B P. 2.10 D
 P. 2.11 B P. 2.12 B P. 2.13 A P. 2.14 C P. 2.15 B P. 2.16 C P. 2.17 D P. 2.18 C P. 2.19 D

P. 2.20 $(n+2)^2 - n^2 = n^2 + 2 \cdot 2 \cdot n + 2^2 - n^2 = 4n + 4 = 4 \cdot \underbrace{(n+1)}_{k \in \mathbb{Z}} = 4k$ Wyrażenie jest podzielne przez 4.

P. 2.21 $4^{n+2} + 3 \cdot 4^{n+1} - 4^n = 4^n \cdot 4^2 + 3 \cdot 4^n \cdot 4 - 4^n = 16 \cdot 4^n + 12 \cdot 4^n - 4^n = 27 \cdot \underbrace{4^n}_{k \in \mathbb{Z}} = 27k$ Liczba jest podzielna przez 27.

P. 2.22 $(4n+1)^2 - (4m-1)^2 =$
 $= (4n)^2 + 2 \cdot 4n + 1^2 - [(4m)^2 - 2 \cdot 4m + 1^2] =$
 $= 16n^2 + 8n + 1 - (16m^2 - 8m + 1) =$
 $= 16n^2 + 8n + 1 - 16m^2 + 8m - 1 =$
 $= 16n^2 + 8n - 16m^2 + 8m - 1 =$
 $= 16n^2 + 8n - 16m^2 + 8m =$
 $= 8 \cdot (2n^2 + n - 2m^2 + m) =$
 $= 8 \cdot \underbrace{(2n^2 + n - 2m^2 + m)}_{k \in \mathbb{Z}} = 8k$

Liczba jest podzielna przez 8.

P. 2.23 $\frac{k^2 + 6k + 25}{k+3} \geq 8 \quad | \cdot (k+3)$
 $k^2 + 6k + 25 \geq 8(k+3)$
 $k^2 + 6k + 25 \geq 8k + 24$
 $k^2 - 2k + 1 \geq 0$
 $(k-1)^2 \geq 0$

Dla każdego $k \in \mathbb{R}_+$ wyrażenie jest nieujemne, więc nierówność jest prawdziwa.

P. 2.24 $a^4 \geq b(2a^2 - b)$
 $a^4 \geq 2a^2b - b^2$
 $a^4 - 2a^2b + b^2 \geq 0$
 $(a^2 - b)^2 \geq 0$

Dla każdej liczby rzeczywistej a i b wyrażenie jest nieujemne, więc nierówność jest prawdziwa.

PODSUMOWANIE NR 3

P. 3.1 D P. 3.2 B P. 3.3 D P. 3.4 A P. 3.5 B P. 3.6 D P. 3.7 D P. 3.8 A P. 3.9 C P. 3.10 B
 P. 3.11 C P. 3.12 B P. 3.13 A P. 3.14 C P. 3.15 A P. 3.16 A P. 3.17 D

P. 3.18 $5^{10} + 2 \cdot 5^9 + 5^8 = 5^8(5^2 + 2 \cdot 5 + 1) = 5^8(25 + 10 + 1) = 36 \cdot \underbrace{5^8}_{k \in \mathbb{Z}} = 36k$ Liczba jest więc podzielna przez 36.

P. 3.19 n — pierwsza liczba całkowita $n+2$ — trzecia liczba całkowita
 $n+1$ — druga liczba całkowita $n+3$ — czwarta liczba całkowita
 $n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 + (n+3)^2 = n^2 + n^2 + 2n + 1 + n^2 + 4n + 4 + n^2 + 6n + 9 =$
 $= 4n^2 + 12n + 12 + 2 = 4 \cdot \underbrace{(n^2 + 3n + 3)}_{k \in \mathbb{Z}} + 2 = 4k + \underbrace{2}_{\text{reszta}}$

P. 3.20 $\frac{a^2 + b^2}{2} \geq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$
 $\frac{a^2 + b^2}{2} \geq \frac{a^2 + 2ab + b^2}{4} \quad | \cdot 4$
 $2a^2 + 2b^2 \geq a^2 + 2ab + b^2$
 $2a^2 + 2b^2 - a^2 - 2ab - b^2 \geq 0$
 $a^2 - 2ab + b^2 \geq 0$
 $(a-b)^2 \geq 0$

Dla każdej liczby rzeczywistej a i b wyrażenie jest nieujemne, więc nierówność jest prawdziwa.



Odwiedź nasz fanpage!
„Jak zdać maturę z matematyki”

JAK ZDAĆ MATURE Z MATEMATYKI? NA POZIMIE PODSTAWOWYM

nie tylko dla humanistów!



Dariusz Kulma to nauczyciel z ogromnym doświadczeniem w pracy z młodzieżą i wielokrotnie wyróżniany za swoje osiągnięcia.

- ✓ Jako **jedyny matematyk był trzykrotnie nagrodzony w ogólnopolskim konkursie Nauczyciel Roku** (pod patronatem Ministerstwa Edukacji Narodowej i „Głosu Nauczycielskiego”) — w 2006 nagrodą „Nadzieja Edukacji”, w 2007 roku jednym z trzech wyróżnień, a rok później tytułem Nauczyciela Roku 2008.
- ✓ W 2008 roku otrzymał **nagrodę Ministra Edukacji Narodowej II stopnia**.
- ✓ Jest pomysłodawcą i twórcą projektu „**Matematyka Innego Wymiaru**”, w ramach którego organizowane były Matematyczne Mistrzostwa Polskiej Dzieci i Młodzieży.
- ✓ Jest **autorem piętnastu zbiorów zadań**, w tym dla najmłodszych uczniów z zadaniami z krainy Kwadratolandii.
- ✓ Prowadzi **fanpage „Jak zdać maturę z matematyki”**, a także cykliczne webinary pn. „Wielkie Lekcje z Nauczycielem Roku”, w ramach których wspiera tysiące maturzystów w przygotowaniach do matury.
- ✓ Jest autorem wielu bestsellerowych książek dla maturzystów, m.in. „**Dowodów Matematycznych**”.
- ✓ Jest **autorem programu nauczania matematyki** dla szkół ponadgimnazjalnych opracowanego w ramach projektu „E-laboratorium matematyczne”.
- ✓ Od 2021 roku **realizuje projekt MATura+** organizowany wraz z Fundacją Empiria i Wiedza, obejmujący wsparciem w przygotowaniach do matury maturzystów z całej Polski.

W uznaniu za wyjątkowe podejście do matematyki i umiejętność zarażania pasją uczniów!

„(...) Autor książki prowadzi uczniów przez gęszcz zagadnień matematycznych w sposób prosty i **bezpieczny**. Zastosowany sposób narracji **pozwalają spokojnie przejść przez wszystkie najistotniejsze zagadnienia matematyki** szkolnej, nie tylko prezentując gotowe rozwiązania, ale – uwzględniając najnowsze osiągnięcia psychologii i pedagogiki – **dbając o trwałość powsta-rzanej wiedzy i nabytych umiejętności.**”

Dr Witold Pająk, Honorowy Profesor Oświaty, rzeczoznawca MEN podręczników szkolnych

Dzięki wieloletniej pracy z młodzieżą Dariusz Kulma opracował własny system nauczania matematyki oparty m.in. na **crash testach**, które w **znakomity sposób utrwalają wiedzę**. Oto kilka opinii o nim.

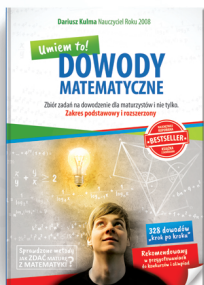
„Kiedyś nienawidziłam matematyki, jedyny dział, który lubiłam, to logarytmy, a dzięki Panu Dariuszowi pokochałam matematykę i uwielbiam rozwiązywać zadanka z jego książki.”

Zosia – maturzystka 2023

„Wcześniej matura próbna napisana na 20%. Załamalam się, że nie zdam matury i dzięki temu, że uczyłam się z książki pana Darka, z każdej kolejnej miałam praktycznie o 20% więcej, a na ostatniej miałam już 70% :)”

Magda – maturysta 2023

Książki do kompletu, dzięki którym jeszcze lepiej zdasz maturę.



Bestseller! Zbiór zadań maturalnych na dowodzenie

Arkusze maturalne

NA CZYM OPIERAMY NASZ SYSTEM?

- ✓ **681 ZADAŃ** — z matur z poprzednich lat oraz zadań autorskich, w tym **438 zadań rozwiązanych krok po kroku** oraz 243 zadania zawarte w podsumowaniach.
- ✓ **NAJŁATWIEJSZE SPOSOBY ROZWIĄZYWANIA ZADAŃ** — wszystkie zadania zawierają odpowiedzi i komentarze pozwalające na przedśledzenie sposobu rozwiązywania określonego rodzaju zadań.
- ✓ **WYĆWICZENIE UMIEJĘTNOŚCI** — specjalnie opracowany system pozwala na dokładne zapoznanie się z poszczególnymi zagadnieniami poprzez zadania do analizy, samodzielnie wykonywane zadania sprawdzające, a następnie podtrzymywanie wiedzy poprzez systematyczne powtórki przy pomocy podsumowań.

ELITMAT
FIRMA EDUKACYJNO-WYDAWNICZA



ISBN 978-83-63975-53-1



9 788363 975531

Cena 69,00 zł



Zamówienia on-line:
www.jakzdacmaturezmatematyki.pl



Zamówienia telefoniczne lub SMS-em:
51-77777-51



Zamówienia e-mail:
elitmat@elitmat.pl

Sprawdź inne książki oraz materiały on-line na naszej stronie