

Ponad 180 000 sprzedanych egzemplarzy  
książek z serii „Jak zdać maturę z matematyki”

NOWE  
WYDANIE

# JAK ZDAĆ MATURĘ Z MATEMATYKI ? NA POZIOMIE PODSTAWOWYM

## arkusze maturalne

Autorskie zadania skorelowane z oficjalnymi arkuszami CKE

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$P_n(k) = \binom{n}{k} p^k \cdot q^{n-k}$$

$$\frac{PB}{PA} = k^2$$

$$\frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2\pi r$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Część 1  
 $a(x$



**253**  
zadania



**NOWA  
FORMUŁA  
MATURY  
od 2023**

**Dariusz Kulma**  
Nauczyciel Roku 2008

DARIUSZ KULMA

**JAK ZDAĆ** MATURE  
**Z MATEMATYKI**  
NA POZIOMIE PODSTAWOWYM



*arkusze maturalne*

WYDAWNICTWO – ELITMAT

Mińsk Mazowiecki 2022

Autor: **Dariusz Kulma**

Konsultacje merytoryczne: **Witold Pająk**

Opracowanie redakcyjne: **Małgorzata Zakrzewska**

Projekt graficzny okładki: **Ewelina Trębacz**

Projekt graficzny i skład komputerowy: **Ewelina Trębacz**

Druk i oprawa:  
**Drukarnia "Drukomat"**  
ul. Wypoczynkowa 13  
64-920 Piła

Fotografia z [www.stock.adobe.com](http://www.stock.adobe.com): © yorinworks - id. 319432462, © monsitj - id. 181084229

Copyright by Firma Edukacyjno – Wydawnicza ELITMAT Dariusz Kulma

Wydanie: Firma Edukacyjno – Wydawnicza ELITMAT Dariusz Kulma

Mińsk Mazowiecki  
tel. 51-77777-51  
e-mail: [elitmat@elitmat.pl](mailto:elitmat@elitmat.pl) , [www.elitmat.pl](http://www.elitmat.pl)

Mińsk Mazowiecki 2022. Wydanie pierwsze.

ISBN: 978-83-63975-49-4

Wszystkie książki wydawnictwa są dostępne w sprzedaży wysyłkowej.  
Zamówienia prosimy składać przez stronę:

**[www.jakzdacmaturezmatematyki.pl](http://www.jakzdacmaturezmatematyki.pl)**

lub na adres: [elitmat@elitmat.pl](mailto:elitmat@elitmat.pl)

## ● WSTĘP

### Drogi Maturzysto!

Przekazujemy w Twoje ręce **kolejną pozycję z serii „Jak zdać maturę z matematyki?”**. Tym razem jest to książka z arkuszami egzaminacyjnymi do obowiązkowej matury z matematyki. **Pozycja ta jest uzupełnieniem repetytorium „Jak zdać maturę z matematyki na poziomie podstawowym? Najprostsza droga do osiągnięcia sukcesu w 10 dni. Nie tylko dla humanistów”,** z którą polecamy w pierwszej kolejności rozpocząć przygotowania do matury, a następnie powtórzyć i utrwalić wiedzę, rozwiązując arkusze maturalne. Taki system pracy zapewni gwarancję sukcesu na egzaminie.



### Co zawiera książka?

**Po przeanalizowaniu aktualnych wymagań egzaminacyjnych i oficjalnych arkuszy pokazowych oraz informatora Centralnej Komisji Egzaminacyjnej powstało 8 arkuszy maturalnych do poziomu podstawowego z 253 zadaniami.** Budowa arkuszy jest dokładnie taka, jaka będzie obowiązywać w **2023** i w **2024 roku w nowej formule matury**. Wszystkie zadania odpowiadają aktualnie obowiązującym wymaganiom egzaminacyjnym. Znajdziesz w tych arkuszach wszystkie rodzaje zadań – testowych z jedną lub dwiema odpowiedziami, zadania prawda – fałsz, zadania z „ponieważ”, z luką do uzupełnienia oraz zadania otwarte. Niektóre zadania powiązane są w tzw. wiązki zadań. Każdy arkusz w nowej formule zawiera zadania za łączną liczbę 46 punktów – 29 punktów za zadania zamknięte oraz 17 punktów za zadania otwarte. Dokładnie taki sam podział będzie na maturze podstawowej w 2023 i 2024 roku.

Co ważne, do każdego zadania znajdziesz odpowiedź, a do zadań sprawiających zazwyczaj największą trudność, czyli zadań na dowodzenie, zamieściliśmy pełne rozwiązania, byś mógł przeanalizować sposób jego rozwiązywania. To zdecydowanie odróżnia nas od innych podobnych pozycji na rynku.

Postaraj się rozwiązać wszystkie zadania z kolejnych arkuszy, a następnie sprawdzić swoje odpowiedzi i wrócić do ewentualnie popełnionych błędów, by móc je poprawić i uzyskiwać jeszcze lepsze wyniki w kolejnych arkuszach. Pamiętaj, że ćwiczenie czyni mistrza i zaprowadzi Cię do wymarzonego wyniku z matury obowiązkowej z matematyki!

Z pozdrowieniami

A handwritten signature in black ink that reads "Dariusz Dulma". The signature is written in a cursive, flowing style.

# SPIS TREŚCI

	str.
ARKUSZ 1	5
ARKUSZ 2	12
ARKUSZ 3	19
ARKUSZ 4	26
ARKUSZ 5	33
ARKUSZ 6	40
ARKUSZ 7	47
ARKUSZ 8	55
ODPOWIEDZI DO ARKUSZY 1-8	63

**ZADANIE 1. (0-1)**

Klient wpłacił do banku 30 000 zł na lokatę trzyletnią. Po każdym roku oszczędzania bank dolicza odsetki w wysokości 5%.

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Po 3 latach oszczędzania kwota na lokacie (bez uwzględniania podatków) jest równa

- A.  $1,15^3 \cdot 30\,000$  zł      B.  $1,15 \cdot 30\,000$  zł      C.  $1,05^3 \cdot 30\,000$  zł      D.  $1,05 \cdot 3 \cdot 30\,000$  zł

**ZADANIE 2. (0-1)**

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Liczba  $\sqrt{4^{-1}} \cdot 8^{\frac{2}{3}}$  jest równa

- A.  $4\sqrt{2}$       B. 8      C. 2      D. 4

**ZADANIE 3. (0-1)**

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Liczba  $\log_4 2 + \log_4 32$  jest równa

- A. 8      B. 2      C. 3      D.  $\log_4 34$

**ZADANIE 4. (0-1)**

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Największa liczba całkowita należąca do zbioru rozwiązań nierówności  $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} < \frac{1}{6}$  to

- A. 1      B. 0      C. -1      D. 2

**ZADANIE 5. (0-1)**

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Liczba  $\left(\frac{\sqrt{2}+4}{\sqrt{2}}\right)^2$  jest równa

- A. 9      B.  $9\sqrt{2}$       C.  $16 + 8\sqrt{2}$       D.  $9 + 4\sqrt{2}$

**ZADANIE 6. (0-2)**

**Dokończ zdanie. Wybierz dwie odpowiedzi, tak aby dla każdej z nich dokończenie poniższego zdania było prawdziwe.**

Dla każdej liczby rzeczywistej  $x$  wyrażenie  $9x^2 - 6x + 1$  jest równe

- A.  $(3x - 1)(3x - 2)$       B.  $(3x - 1)(3x - 1)$       C.  $(3x - 1)(3x + 1)$   
D.  $(x + 1)(9x - 1)$       E.  $(3x - 2)\left(3x - \frac{1}{2}\right)$       F.  $(3x + 1)^2 - 12x$

**ZADANIE 7. (0-1)**

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Rozwiązaniem układu równań  $\begin{cases} 3x + 2y = 13 \\ 2x - 3y = -13 \end{cases}$  jest para liczb

- A.  $x = 1, y = -5$       B.  $x = -1, y = -5$       C.  $x = -1, y = 5$       D.  $x = 1, y = 5$



**ZADANIE 12. (0-2)**

Dany jest ciąg arytmetyczny  $(a_n)$  określony dla każdej liczby naturalnej  $n \geq 1$ , a suma jego  $n$  początkowych wyrazów określona jest wzorem  $S_n = 2n^2$ .

Wyznacz wzór ogólny tego ciągu i wpisz w poniżej wykropkowanym miejscu.

.....

**ZADANIE 13. (0-1)**

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Ciąg  $(24, 18, x + 8)$  jest arytmetyczny. Wtedy

- A.  $x = 4$                       B.  $x = 2$                       C.  $x = -2$                       D.  $x = -6$

**ZADANIE 14. (0-2)**

Dany jest trójkąt  $ABC$ , gdzie  $|AB| = 6$ ,  $|BC| = 8$ ,  $|AC| = 12$ .

Dokończ zdania. Wybierz odpowiedź spośród A—D oraz odpowiedź spośród E—H.

**ZADANIE 14.1** Cosinus najmniejszego kąta jest równy

- A.  $\frac{29}{36}$                       B.  $\frac{43}{48}$                       C.  $-\frac{11}{24}$                       D.  $\frac{11}{24}$

**ZADANIE 14.2** Trójkąt  $ABC$  jest trójkątem

- E. prostokątnym                      F. rozwartokątnym                      G. ostrokątnym                      H. równoramiennym

**ZADANIE 15. (0-1)**

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

W trójkącie równoramiennym podstawa ma długość 48, a ramię ma długość 25. Wysokość opuszczona na podstawę ma długość

- A. 7                      B.  $\sqrt{1201}$                       C. 24                      D.  $\sqrt{674}$

**ZADANIE 16. (0-1)**

Okrąg opisany na kwadracie o boku  $a$  ma promień  $r = 6$ .

Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

Długość boku  $a$  kwadratu jest równa

A.	12,	ponieważ	1.	$a\sqrt{2} = 2r$
B.	$6\sqrt{2}$ ,		2.	$a = 2r$
C.	6,		3.	$a = r$



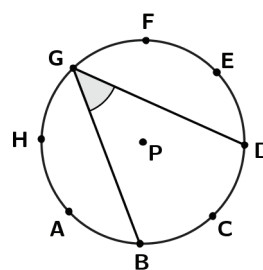
**ZADANIE 17. (0-2)**

Wykaż, że liczba  $n^3 + 3n^2 + 2n$  jest podzielna przez 6 dla każdej liczby całkowitej  $n$ .

**ZADANIE 18. (0-1)**

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Okrąg o środku  $P$  został podzielony punktami na osiem równych łuków. Miara kąta wpisanego  $BGD$  zaznaczonego na rysunku wynosi

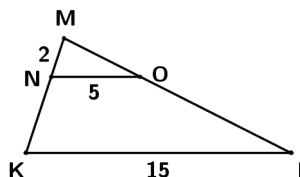


- A.  $45^\circ$
- B.  $60^\circ$
- C.  $75^\circ$
- D.  $90^\circ$

**ZADANIE 19. (0-1)**

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Odcinki  $KL$  i  $NO$  są równoległe. Długości odcinków  $MN$ ,  $NO$  i  $KL$  są odpowiednio równe 2, 5 i 15. Długość odcinka  $KN$  jest równa



- A. 6
- B. 4
- C. 3
- D. 2

**ZADANIE 20. (0-1)**

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Styczną do okręgu  $(x - 2)^2 + y^2 = 9$  jest prosta o równaniu

- A.  $x = 1$
- B.  $x = 4$
- C.  $y = 2$
- D.  $y = 3$

**ZADANIE 21. (0-1)**

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dane są punkty  $M(-4; 3)$  i  $N(2; 6)$ . Współczynnik kierunkowy prostej  $MN$  jest równy

- A.  $a = -2$
- B.  $a = -\frac{1}{2}$
- C.  $a = \frac{1}{2}$
- D.  $a = 2$



**ZADANIE 25.2 (0-1)**

Średnia arytmetyczna otrzymanych wyników jest równa

- A. 3,125                      B.  $2\frac{7}{8}$                       C.  $3\frac{3}{8}$                       D. 3,4

**ZADANIE 25.3 (0-1)**

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F — jeśli jest fałszywe.

Dominanta otrzymanych wyników jest równa 2.	P	F
Dominanta otrzymanych wyników jest równa 4.	P	F

**ZADANIE 26. (0-2)**

Doświadczenie losowe polega na dwukrotnym rzucie symetryczną sześcienną kostką do gry.

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia  $A$  polegającego na tym, że iloczyn oczek otrzymanych w obu rzutach będzie podzielny przez 4.

Zapisz obliczenia.

**ZADANIE 27. (0-1)**

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Rozwiązaniami równania  $(x^3 - 125)(x + 2)(x - 1) = 0$  są liczby

- A. -5, -2, 1, 5                      B. -5, -1, 2, 5                      C. -5, 2, 1                      D. 5, -2, 1

**ZADANIE 28. (0-1)**

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wszystkich liczb naturalnych trzycyfrowych, które są podzielne przez 25 jest

- A. 36                      B. 360                      C. 72                      D. 18

**ZADANIE 29. (0-1)**

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Rozwiązaniem równania  $|3x + 5| = 11$  są liczby

- A.  $2$  i  $-\frac{16}{3}$                       B.  $-2$  i  $\frac{16}{3}$                       C.  $11$  i  $-11$                       D.  $2$  i  $\frac{16}{3}$

**ZADANIE 30. (0-1)**

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej  $x \neq 2$  wyrażenie  $\frac{3}{x-2} + 1$  jest równe

A.  $\frac{4}{x-2}$

B.  $\frac{x+5}{x-2}$

C.  $\frac{x-1}{x-2}$

D.  $\frac{x+1}{x-2}$

**ZADANIE 31. (0-4)**

Suma długości wszystkich krawędzi graniastopuła prawidłowego czworokątnego wynosi 30. Krawędź podstawy graniastopuła ma długość  $x$ .

Wyznacz funkcję  $P(x)$  pola powierzchni bocznej tego graniastopuła oraz jej dziedzinę. Wyznacz, dla jakiej wielkości  $x$  to pole boczne będzie największe. Wyznacz to największe pole. Zapisz obliczenia.



### ARKUSZ NR 1

1. C      2. C      3. C      4. B      5. D      6. B F      7. D  
 8.  $x_1 = -\sqrt{6}, x_2 = \sqrt{6}, x_3 = 5$       9.1 A      9.2 C      10. A      11. P F      12.  $a_n = 4n - 2$   
 13. A      14.1 B      14.2 F      15. A      16. B 1      17.  $n(n^2 + 3n + 2) = \underbrace{n(n+1)(n+2)}_{6k, k \in \mathbb{Z}} = 6k$   
 18. A      19. B      20. D      21. C      22. 2       $\Delta = 9 - 8 = 1$        $\sqrt{\Delta} = 1$   
 23.  $V = 32$       24. A      25.1 B      25.2 C      25.3 P P       $n_{1,2} = \frac{-3 \pm 1}{2} = \begin{matrix} -2 \\ -1 \end{matrix}$   
 26.  $P(A) = \frac{5}{12}$       27. D      28. A      29. A  
 30. D      31.  $P(x) = -8x^2 + 30x, D: x \in (0; \frac{15}{4})$   
 $x = \frac{15}{8}, P_{\max}(\frac{15}{8}) = \frac{225}{8}$

Otrzymaliśmy iloczyn trzech kolejnych liczb całkowitych, który jest podzielny przez 6, ponieważ jedna z liczb jest podzielna przez 2, a inna przez 3.

### ARKUSZ NR 2

1. C      2. C      3. D      4. A      5. D      6. B      7. A F      8. D  
 9.1  $x \in [-2; 5]$       9.2  $f < 0$       10.1 B      10.2 P P      10.3 A 1      11. A      12. A  
 13.  $a = 4, b = 12, c = 108$       14. C      15. B      16.1 B      16.2 F      17. D      18. C  
 19. F P      20.  $|BC| = 3, P_{ABCD} = \frac{15\sqrt{3}}{2}$       21. C      22. D      23. C      24. D      25. C  
 26. A      27. C      28.  $P(A) = \frac{5}{16}$       29.1 2      29.2 B      30.  $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$   
 $a+b \geq 2\sqrt{ab}$   
 $a - 2\sqrt{ab} + b \geq 0$   
 $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0$

Otrzymaliśmy wyrażenie nieujemne, więc nierówność jest prawdziwa.

### ARKUSZ NR 3

1. D      2. C      3. C      4. A      5. C      6. D F      7. B      8. B  
 9.  $x_1 = -4; x_2 = -\sqrt{5}; x_3 = \sqrt{5}$       10. B      11.1 B      11.2 P F      11.3  $f(-5) = f(4)$       12. A  
 13. C      14. B      15.1 D      15.2 F      16. D      17. A      18.  $a_1 = -3$       19. C  
 20.  $|BC| = 1, P = 4\sqrt{3}$       21. A 2      22. D      23. F P      24. A      25. C      26. C  
 27. C      28. P F      29.  $V = 162\sqrt{2}$       30. B  
 31.  $n$  — I liczba całkowita       $n+2$  — III liczba całkowita  
 $n+1$  — II liczba całkowita       $n+3$  — IV liczba całkowita  
 $n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 + (n+3)^2 =$   
 $= n^2 + n^2 + 2n + 1 + n^2 + 4n + 4 + n^2 + 6n + 9 =$   
 $= 4n^2 + 12n + 14 = 4n^2 + 12n + 12 + 2 = 4(\underbrace{n^2 + 3n + 3}_{k \in \mathbb{Z}}) + 2 = 4k + 2$

32.  $P(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}x^2 + 20\sqrt{3}x$   
 $D: x \in (0; 40)$   
 $x = 20$   
 $P_{\max}(20) = 200\sqrt{3}$

### ARKUSZ NR 4

1. B      2. C      3. D      4. A      5. B      6. D      7.1 A      7.2 G  
 8.1  $f(x) = 2(x-1)(x-5)$       9.  $x \in [1; 100]$       10. C      11. A      12. D E      13. D  
 14. B      15. D      16. F P      17. D      18. C      19. C      20. B      21.  $B(-4; 8)$   
 22. D      23.  $b = -6, c = -16$       24.1 C 1      24.2 F P      24.3  $V = 1600$       25. A      26. A  
 27. P P      28. A      29. B      30.  $3n(n^2 - 1) = 3n(n-1)(n+1) = 3(\underbrace{(n-1)n(n+1)}_{6k, k \in \mathbb{Z}}) = 18k$  Liczba jest podzielna przez 18.  
 31. D      32.  $P(x) = -\frac{3}{2}x^2 + 6x + 18, D: x \in (0; 6), x = 2, P_{\max}(2) = 24$

# JAK ZDAĆ MATURE Z MATEMATYKI? NA POZYMIE PODSTAWOWYM

arkusze naturalne



W uznaniu za wyjątkowe podejście do matematyki i umiejętność zarażania pasją uczniów!



**Dariusz Kulma** to nauczyciel z ponad 25-letnim stażem, wielokrotnie wyróżniany za swoje osiągnięcia, w tym m.in. nagrodą Ministra Edukacji Narodowej II stopnia oraz tytułem Nauczyciela Roku 2008 w ogólnopolskim konkursie organizowanym pod patronatem Ministerstwa Edukacji Narodowej i "Głosu Nauczycielskiego".

Jest autorem serii książek dla maturzystów oraz kilkunastu zbiorów z zadaniami konkursowymi. Jest twórcą wielu projektów edukacyjnych, w tym m.in. „Matematyki Innego Wymiaru”, „Matematycznych Mistrzostw Polski Dzieci i Młodzieży” czy „E-laboratorium matematyczne”. W ramach projektu „Jak zdać maturę z matematyki?” prowadzi warsztaty motywacyjne dla maturzystów, wspierając młodzież w przygotowaniach maturalnych. Jest również szkoleniowcem i wykładawcą podczas wielu konferencji dla nauczycieli matematyki w Polsce.

## arkusze naturalne:

- ✓ **8 ARKUSZY NATURALNYCH** — opracowanych na podstawie oficjalnych arkuszy Centralnej Komisji Egzaminacyjnej
- ✓ **253 ZADANIA Z AKTUALNEJ PODSTAWY PROGRAMOWEJ**
- ✓ **ODPOWIEDZI DO WSZYSTKICH ZADAŃ**
- ✓ **ROZWIĄZANIA DO ZADAŃ** — z dowodami i na wykazywanie



Sprawdź inne książki oraz materiały on-line na naszej stronie

**Odwiedź nasz fanpage!**  
„Jak zdać maturę z matematyki”

Zamówienia on-line:  
[www.jakzdamaturezmatematyki.pl](http://www.jakzdamaturezmatematyki.pl)

Zamówienia telefoniczne:  
**51-7777-51**

Zamówienia e-mail:  
[elitmat@elitmat.pl](mailto:elitmat@elitmat.pl)



Arkusze naturalne są ściśle powiązane z książkami z serii „Jak zdać maturę z matematyki”